强化学习2024
第1节

涉及知识点：
决策型AI、强化学习、探索与利用、多臂老虎机

强化学习简介

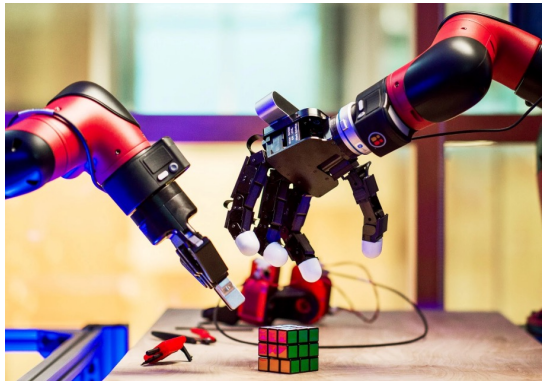
张伟楠 – 上海交通大学
http://wnzhang.net

强化学习技术概览

张伟楠 – 上海交通大学

两种人工智能任务类型

- 预测型任务
  - 根据数据预测所需输出（有监督学习）
  - 生成数据实例（无监督学习）
- 决策型任务
  - 在动态环境中采取动作（强化学习）
    - 转变到新的状态
    - 获得即时奖励
    - 随着时间的推移最大化累计奖励
    - Learning from interaction in a trial-and-error manner



决策智能的任务和技术分类

- 根据决策环境的动态性和透明性，决策任务大致分为以下四个部分，对应具体的技术方案

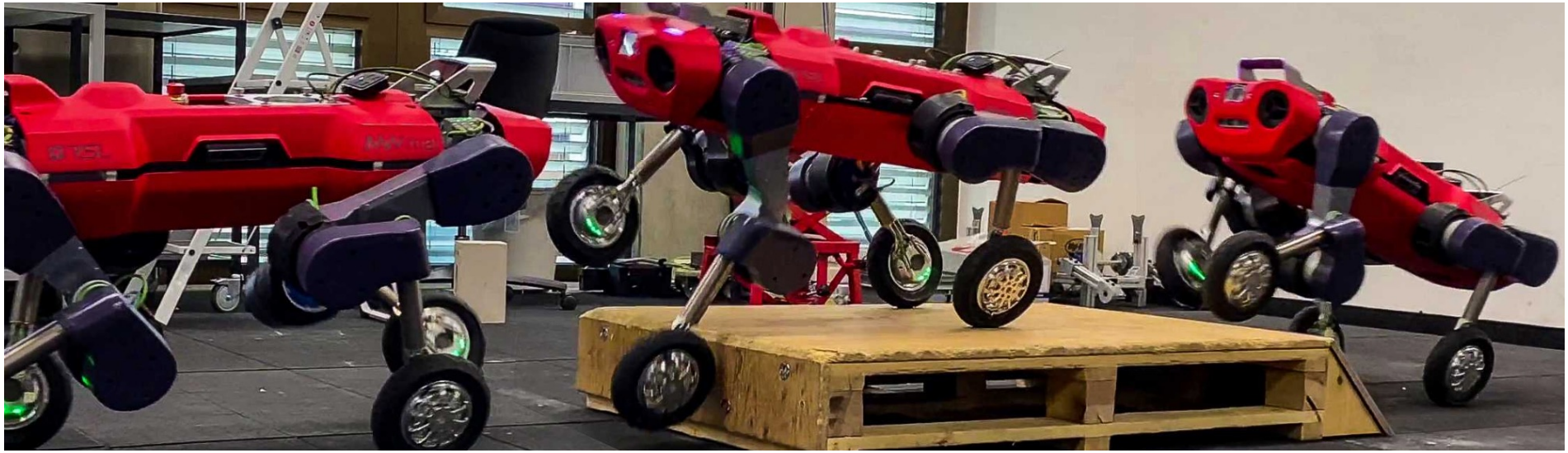
环境特性	**白盒环境** • 变量和目标之间的关系可以用具体公式表示	**黑盒环境** • 变量和目标之间的关系无法用具体公式表示
静态环境 • 环境没有转移的状态 • 单步决策	运筹优化 • （混合整数）线性规划 • 非线形优化	黑盒优化 • 神经网络替代模型优化 • 贝叶斯优化
动态环境 • 环境有可转移的状态 • 多步决策	动态规划 • MDP直接求解 • 树、图搜索	强化学习 • 策略优化 • Bandits、序贯黑盒

序贯决策

序贯决策（Sequential Decision Making）

- 序贯决策中，智能体序贯地做出一个个决策，并接续看到新的观测，直到最终任务结束

智能体   动态环境 $\max_{\pi} \mathbb{E}_{\pi,\mathrm{Env}}\left[\sum_{t=0}^{T} \gamma^t r(s_t, a_t)\right]$



机器狗例子：操作轮足和地形持续交互，完成越过障碍物的任务

绝大多数序贯决策问题，可以用强化学习来解

强化学习应用案例：无人驾驶小车

Alex Kendall et.al, Learning to Drive in a Day. ICRA 2019: 8248-8254
https://www.youtube.com/watch?v=eRwTbRtnT1I

强化学习应用案例：机械臂桌面操作

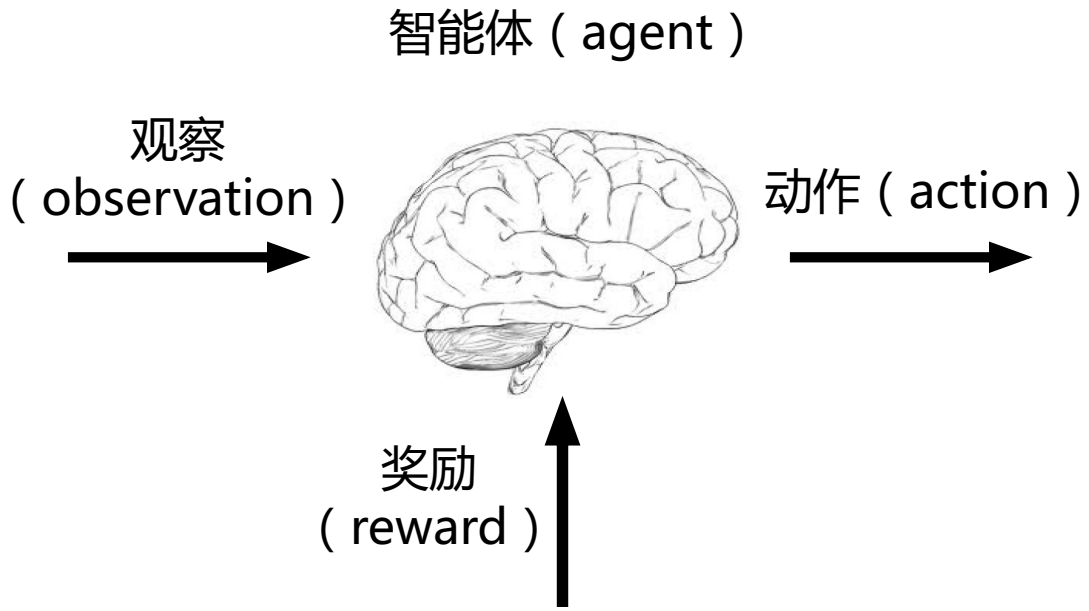
CoRL 2023: Finetuning Offline World Models in the Real World

主要内容

- 面向决策任务的人工智能
- 强化学习的基础概念和研究前沿
- 强化学习的落地现状与挑战

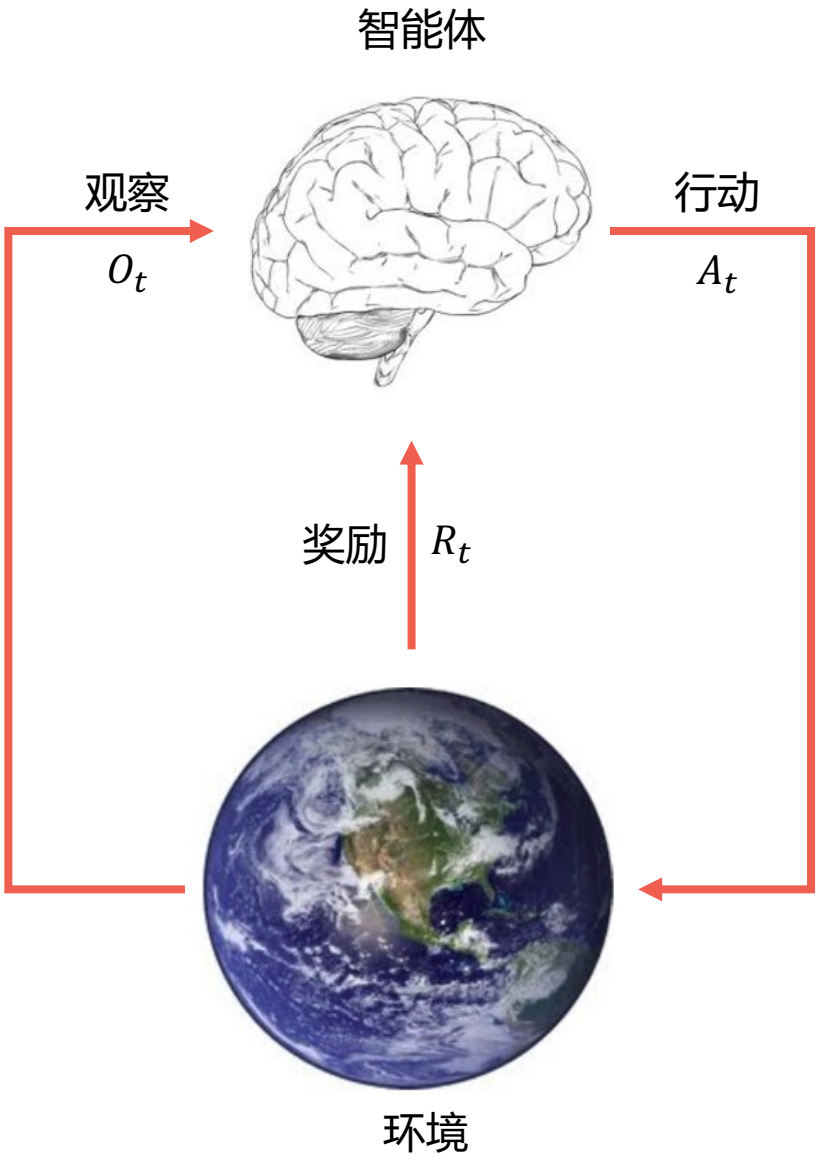
强化学习定义

- 通过从交互中学习来实现目标的计算方法



- 三个方面：
  - 感知：在某种程度上感知环境的状态
  - 动作：可以采取动作来影响状态或者达到目标
  - 目标：随着时间推移最大化累积奖励

强化学习交互过程



- 在每一步 t，智能体：
  - 获得观察 O_t
  - 执行动作 A_t
  - 获得奖励 R_t
- 环境：
  - 获得动作 A_t
  - 给出奖励 R_t
  - 给出观察 O_{t+1}
- t 在环境这一步增加

在与动态环境的交互中学习

有监督、无监督学习

Model ⟵

固定数据分布

强化学习

Agent ⟷

动态环境

Agent不同，交互出的数据也不同！

强化学习系统要素

- 历史（History）是观察、动作和奖励的序列

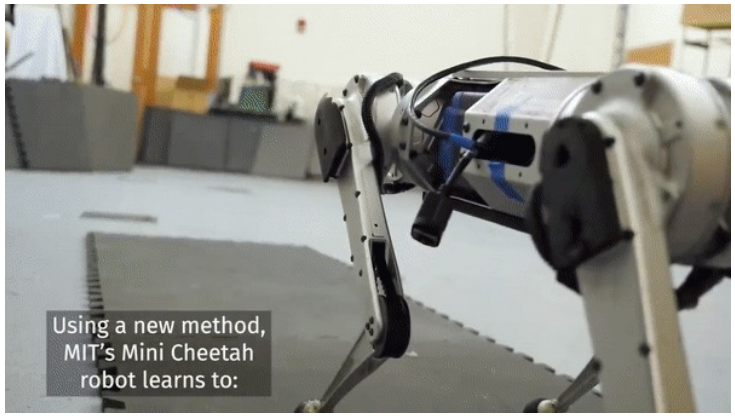
$$H_t = O_1, R_1, A_1, O_2, R_2, A_2, \ldots, O_{t-1}, R_{t-1}, A_{t-1}, O_t, R_t$$

  - 即，一直到时间t为止的所有可观测变量
  - 根据这个历史可以决定接下来会发生什么
    - 智能体选择动作
    - 环境选择观察和奖励

一个智能体的例子：MIT机器狗

- 状态（state）是一种用于确定接下来会发生的事情（动作、观察、奖励）的信息
  - 状态是关于历史的函数

$$S_t = f(H_t)$$



Margolis et al. Rapid Locomotion via Reinforcement Learning. Arxiv 2205.02824, 2021. https://sites.google.com/view/model-free-speed

强化学习系统要素

- 策略（Policy）是学习智能体在特定时间的行为方式
  - 是从状态到动作的映射
  - 确定性策略（Deterministic Policy）

$$a = \pi(s)$$

  - 随机策略（Stochastic Policy）

$$\pi(a|s) = P(A_t = a \mid S_t = s)$$

- 奖励（Reward） R_t 和 $r(s,a)$
  - 一个定义强化学习目标的标量，能立即感知到什么是“好”的

注：本课程课件中：大写斜体字母表示随机变量，如S, O, A, R；小写字母表示随机变量具体的采样取值，如s, a, o, r

强化学习的目标

- 强化学习中，智能体的学习目标为：

在和环境持续交互的过程中，最大化期望累计奖励总和

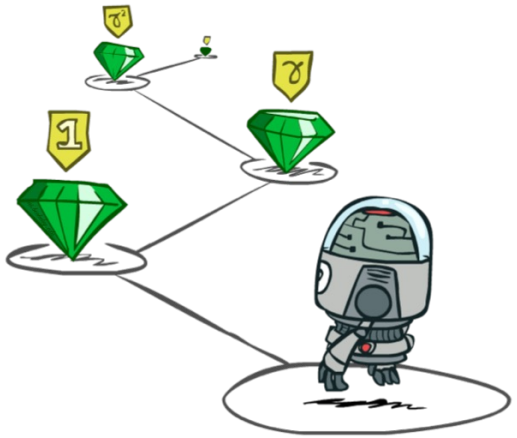
$$\max_{\pi} \mathbb{E}_{\pi,\text{Env}} \left[R_0 + \gamma R_1 + \gamma^2 R_2 + \cdots \right]$$

$$= \mathbb{E}_{\pi,\text{Env}} \left[\sum_{t=0}^{T} \gamma^t r(s_t, a_t) \right]$$

优化长期来看的“好”

- 在每个时间步，奖励乘上一个衰减因子

$$\gamma \in [0,1]$$



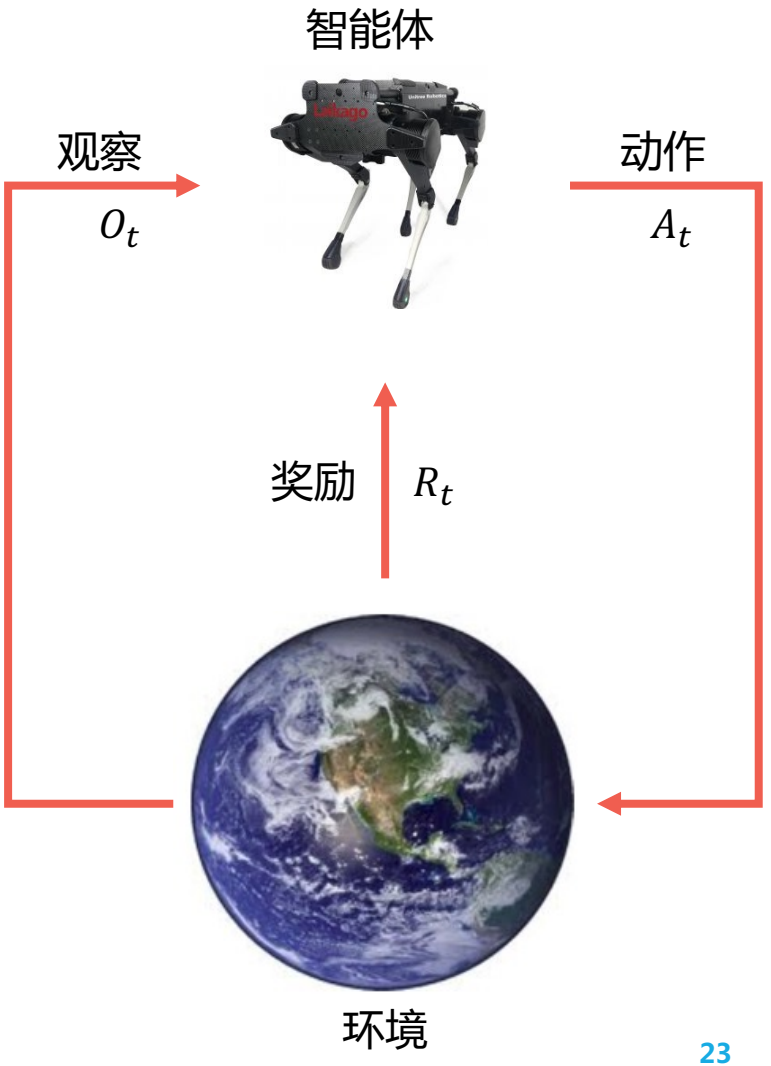
强化学习系统要素

- 环境的模型（Model）用于模拟环境的行为
  - 预测下一个状态

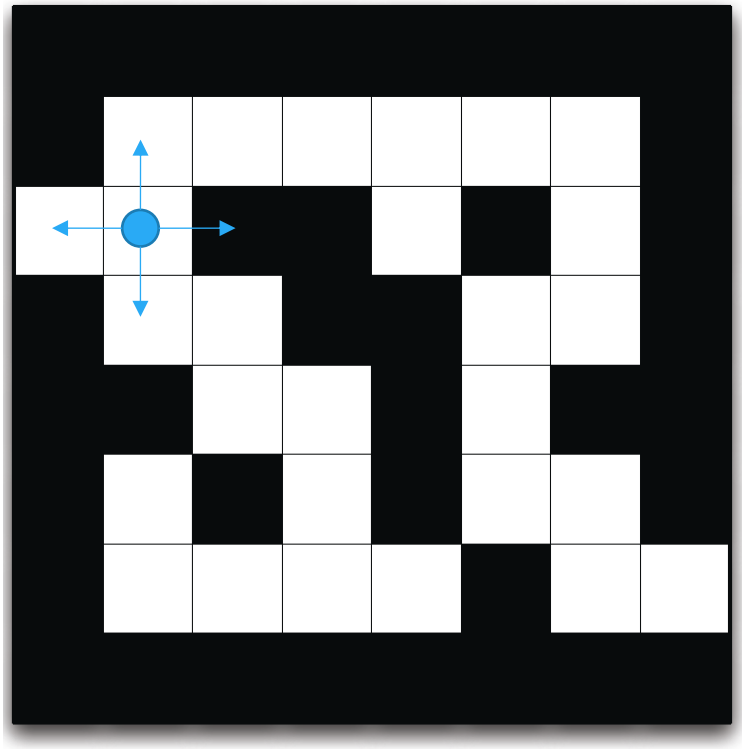
$$\mathcal{P}_{ss'}^{a} = \mathbb{P}[S_{t+1} = s' | S_t = s, A_t = a]$$

  - 预测下一个（立即）奖励

$$\mathcal{R}_{s}^{a} = \mathbb{E}[R_{t+1} | S_t = s, A_t = a]$$

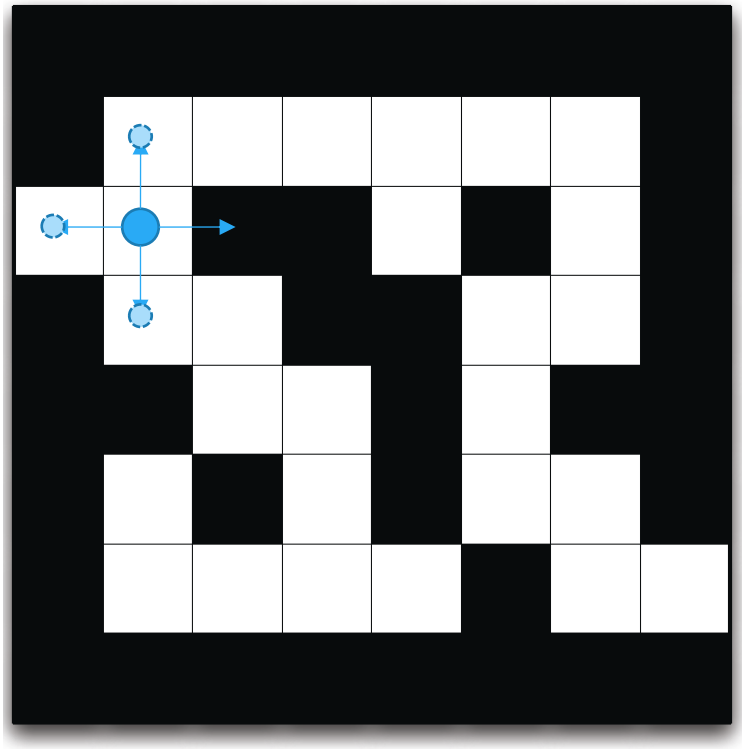


举例：迷宫



- 状态：智能体的位置
- 动作：N,E,S,W

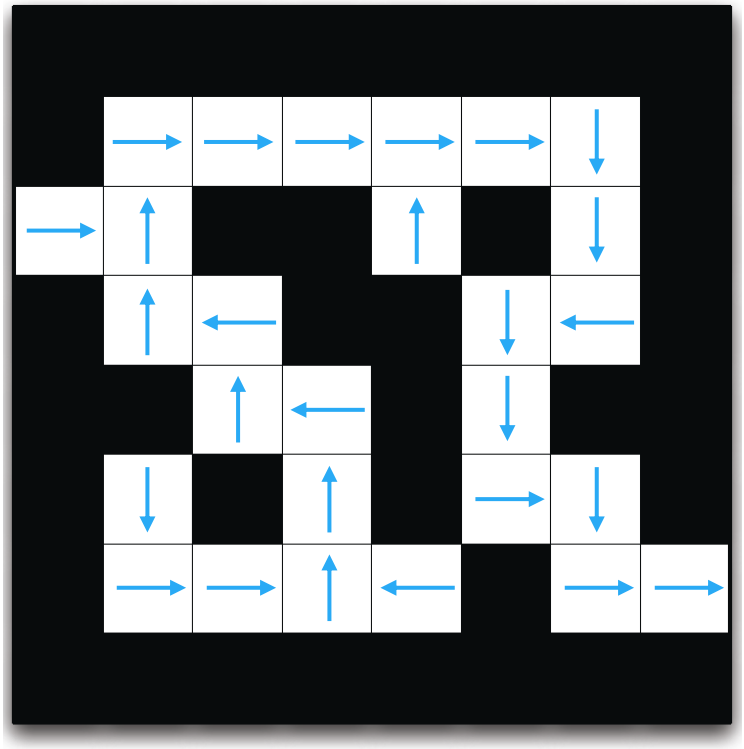
举例：迷宫



- 状态：智能体的位置
- 动作：N,E,S,W
- 状态转移：根据动作方向朝下一格移动
  - 如果动作的方向是墙则不动

举例：迷宫

开始

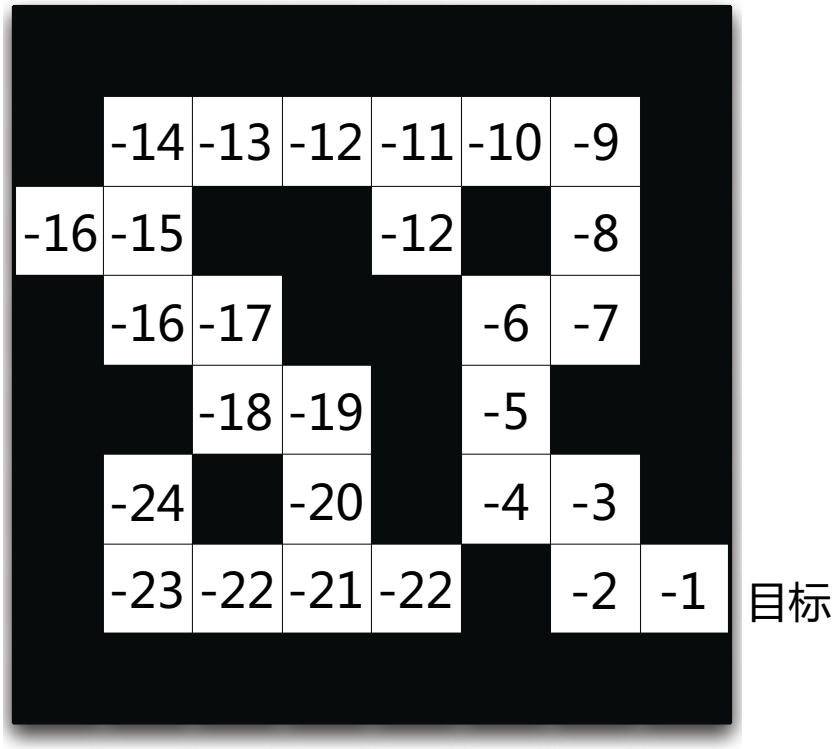


目标

- 状态：智能体的位置
- 动作：N,E,S,W
- 状态转移：根据动作方向朝下一格移动
- 奖励：每一步为-1

- 给定一个上图所示的策略
  - 箭头表示每一个状态s下的策略$\pi(s)$

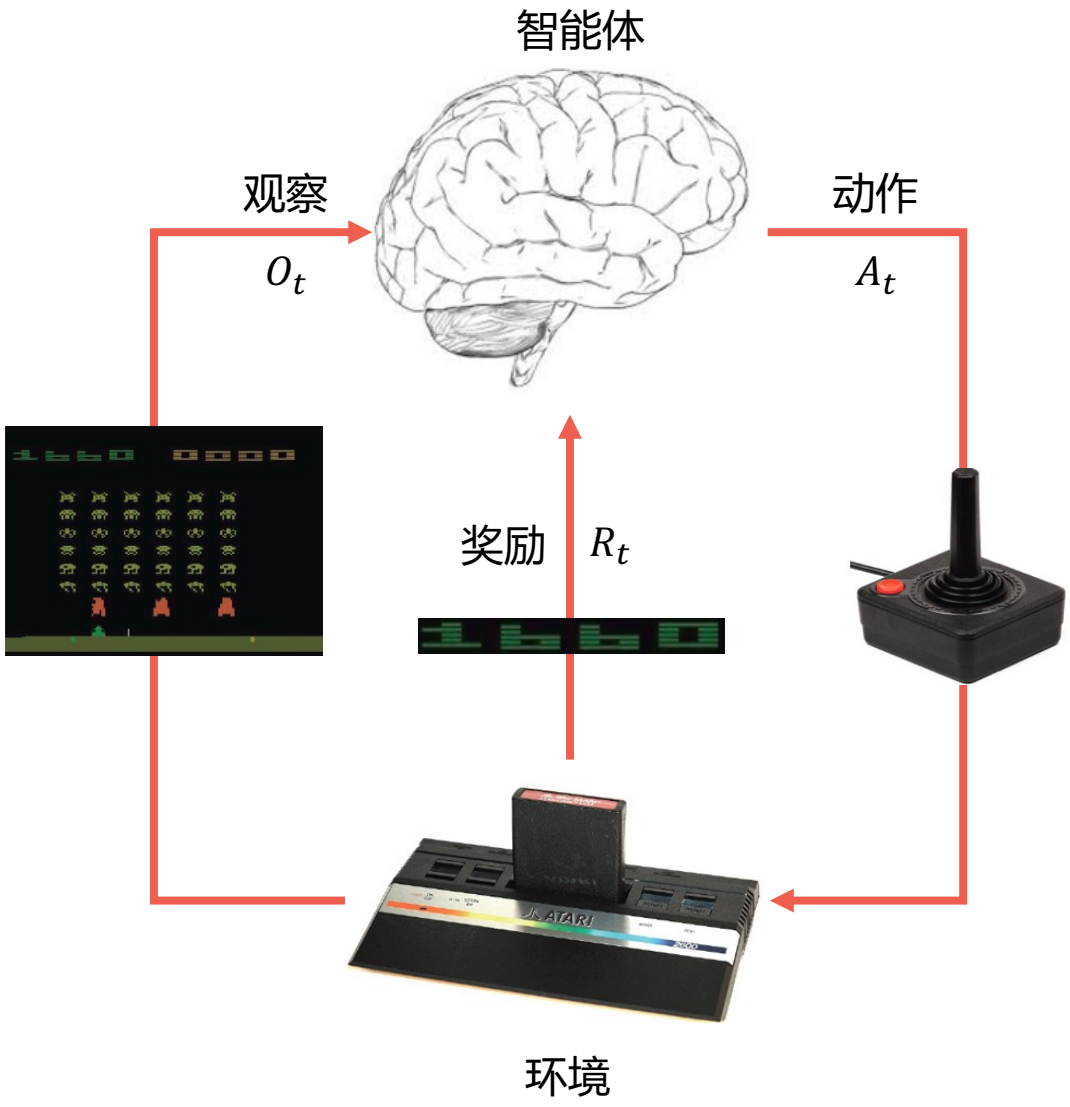
举例：迷宫



- 状态：智能体的位置
- 动作：N,E,S,W
- 状态转移：根据动作方向朝下一格移动
- 奖励：每一步为-1

- 数字表示每一个状态s下的状态价值$v_\pi(s)$

举例：Atari游戏



- 游戏规则未知
- 从交互游戏中进行学习
- 在操纵杆上选择动作并查看分数和像素画面

价值-策略的动态规划求解（白盒动态环境）

- 价值是一个标量，用于定义对于长期来说什么是“好”的
- 给策略π定义价值函数：从某个状态和动作开始，获得的累积奖励期望

$$Q_\pi(s,a) = \mathbb{E}[r(s_0) + \underbrace{\gamma r(s_1) + \gamma^2 r(s_2) + \cdots}_{\gamma Q_\pi(s_1,a_1)} | s_0 = s, a_0 = a, \pi]$$

$$= r(s) + \gamma \sum_{s' \in S} P_{sa}(s') \sum_{a' \in A} \pi(a'|s') Q(s',a')$$

Bellman等式

立即奖励　时间折扣　状态转移　下一个状态的价值

- 基于Q函数，改进策略π；基于上式，更新Q函数。

强化学习的方法分类

- 基于价值：知道什么是好的什么是坏的
  - 没有策略（隐含）
  - 价值函数
- 基于策略：知道怎么行动
  - 策略
  - 没有价值函数
- Actor-Critic：学生听老师的
  - 策略
  - 价值函数

价值和策略近似

$Q_\theta(s,a)$

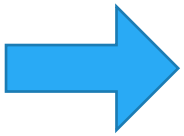
	a_1	a_2
s_1	3.2	4.1
s_2	0.8	1.2
s_3	2.3	-0.3

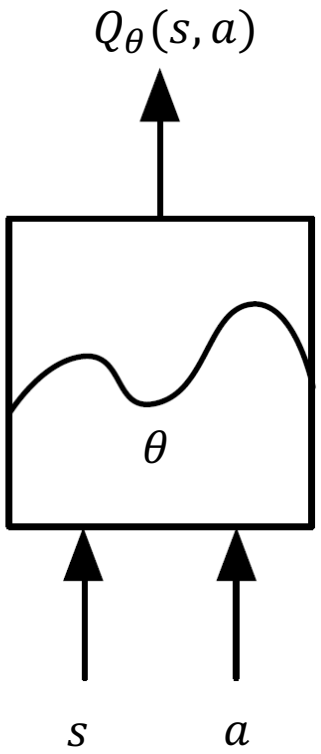
价值函数表格

$\pi_\theta(a|s)$

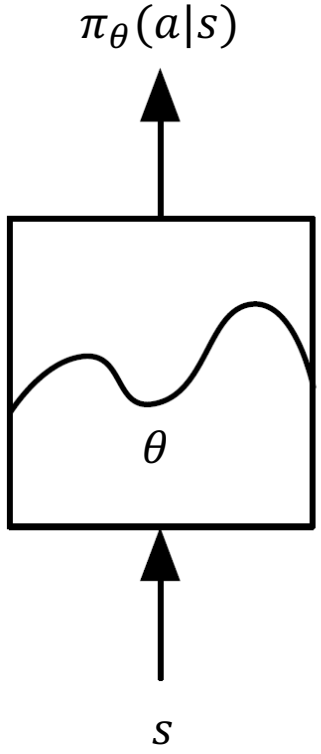
	a_1	a_2
s_1	0.2	0.8
s_2	0.4	0.6
s_3	0.9	0.1

策略表格





价值函数近似



策略近似

- 假如我们直接使用深度神经网络建立这些近似函数呢？
- 深度强化学习！

深度强化学习的崛起

- 2012年AlexNet在ImageNet比赛中大幅度领先对手获得冠军
- 2013年12月，第一篇深度强化学习论文出自NIPS 2013 Reinforcement Learning Workshop

Playing Atari with Deep Reinforcement Learning

Volodymyr Mnih **Koray Kavukcuoglu** **David Silver** **Alex Graves** **Ioannis Antonoglou**

Daan Wierstra **Martin Riedmiller**

DeepMind Technologies

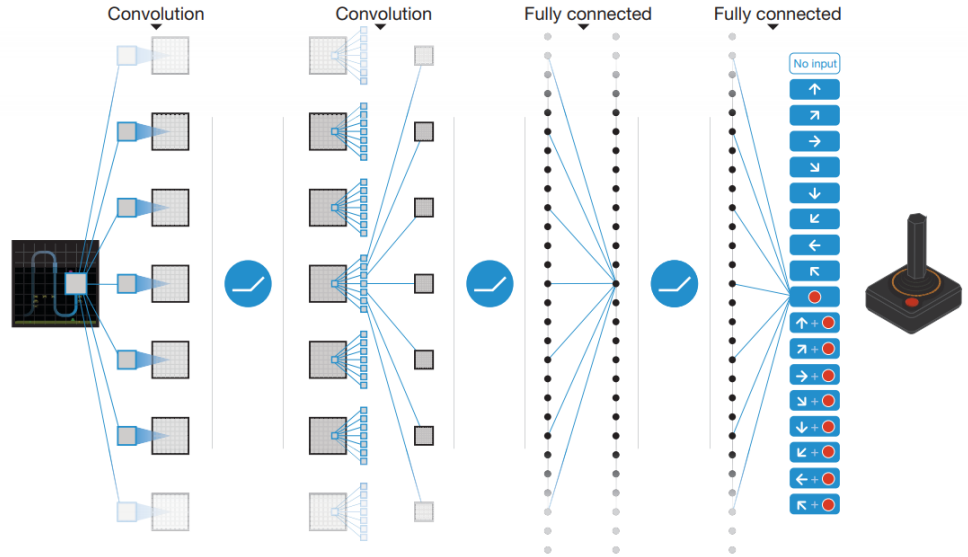
{vlad,koray,david,alex.graves,ioannis,daan,martin.riedmiller} @ deepmind.com

Volodymyr Mnih, Koray Kavukcuoglu, David Silver et al. Playing Atari with Deep Reinforcement Learning. NIPS 2013 workshop.

深度强化学习

深度强化学习

- 利用深度神经网络进行价值函数和策略近似
- 从而使强化学习算法能够以端到端的方式解决复杂问题

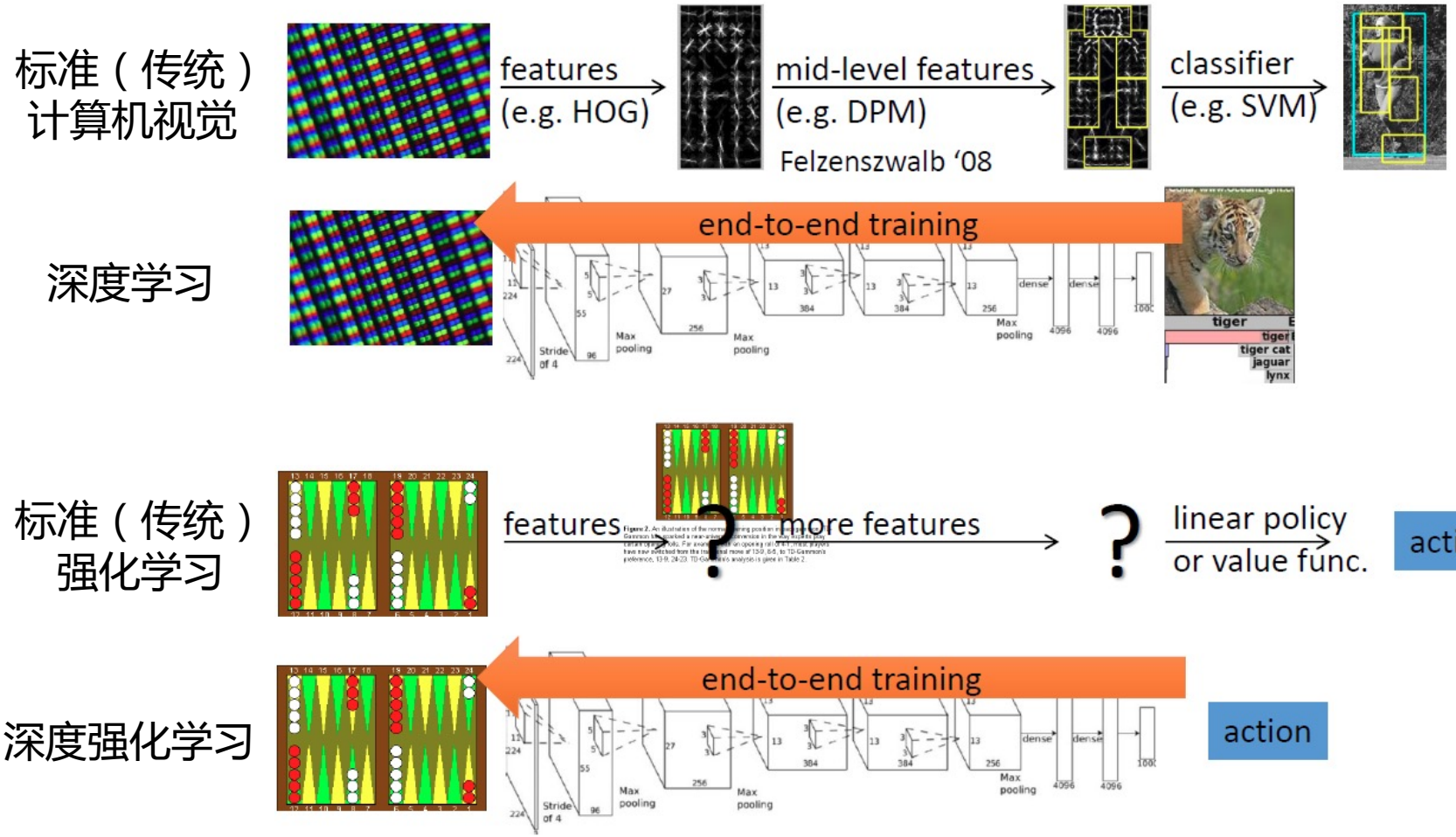


$$\nabla_{\theta_i} L_i(\theta_i) = \mathbb{E}_{s,a\sim\rho(\cdot);s'\sim\mathcal{E}}\left[\left(r + \gamma \max_{a'} Q(s', a'; \theta_{i-1}) - Q(s, a; \theta_i)\right) \nabla_{\theta_i} Q(s, a; \theta_i)\right]$$

Q函数的参数通过神经网络反向传播学习

Volodymyr Mnih, Koray Kavukcuoglu, David Silver et al. Playing Atari with Deep Reinforcement Learning. NIPS 2013 workshop.

端到端强化学习

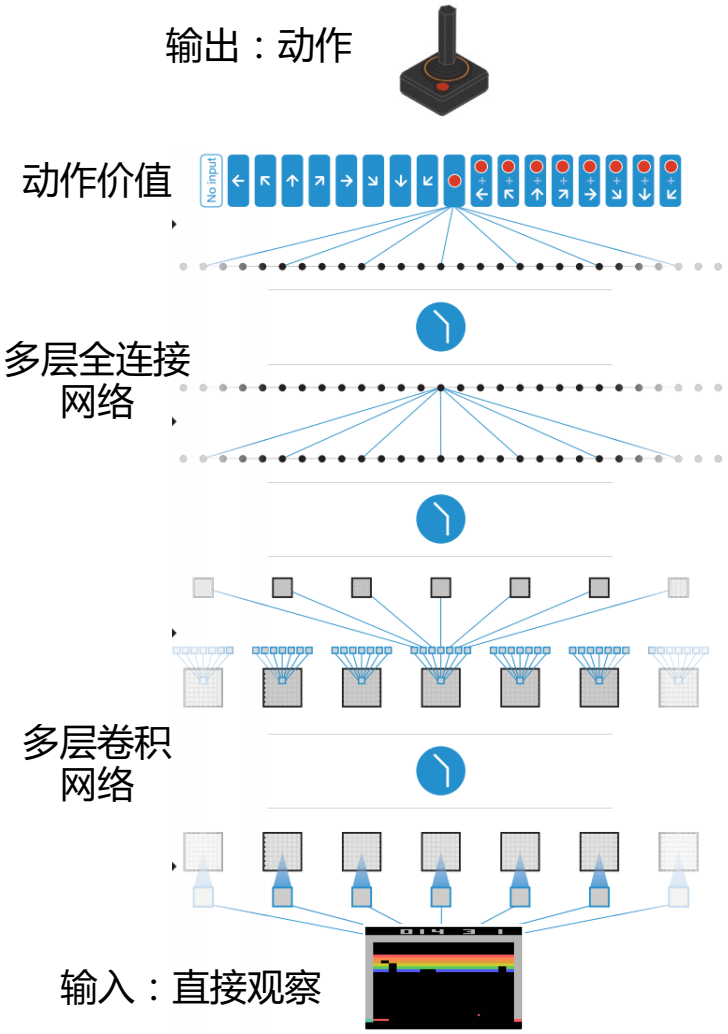


- 深度强化学习使强化学习算法能够以端到端的方式解决复杂问题
- 从一项实验室学术技术变成可以产生GDP的实际技术

Slide from Sergey Levine. http://rail.eecs.berkeley.edu/deeprlcourse/static/slides/lec-1.pdf

深度强化学习带来的关键变化

- 将深度学习（DL）和强化学习（RL）结合在一起会发生什么？
  - 价值函数和策略变成了深度神经网络
  - 相当高维的参数空间
  - 难以稳定地训练
  - 容易过拟合
  - 需要大量的数据
  - 需要高性能计算
  - CPU（用于收集经验数据）和GPU（用于训练神经网络）之间的平衡
  - …
- 这些新的问题促进着深度强化学习算法的创新



深度强化学习的研究前沿

基于模拟模型的强化学习
- 模拟器的无比重要性

目标策动的层次化强化学习
- 长程任务的中间目标是桥梁的基石

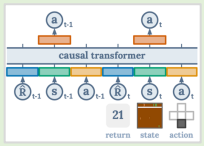
模仿学习
- 无奖励信号下跟随专家做策略学习

让强化学习算法更加高效

多智能体强化学习
- 分散式、去中心化的人工智能

离线强化学习
- 训练过程中智能体不能和环境交互

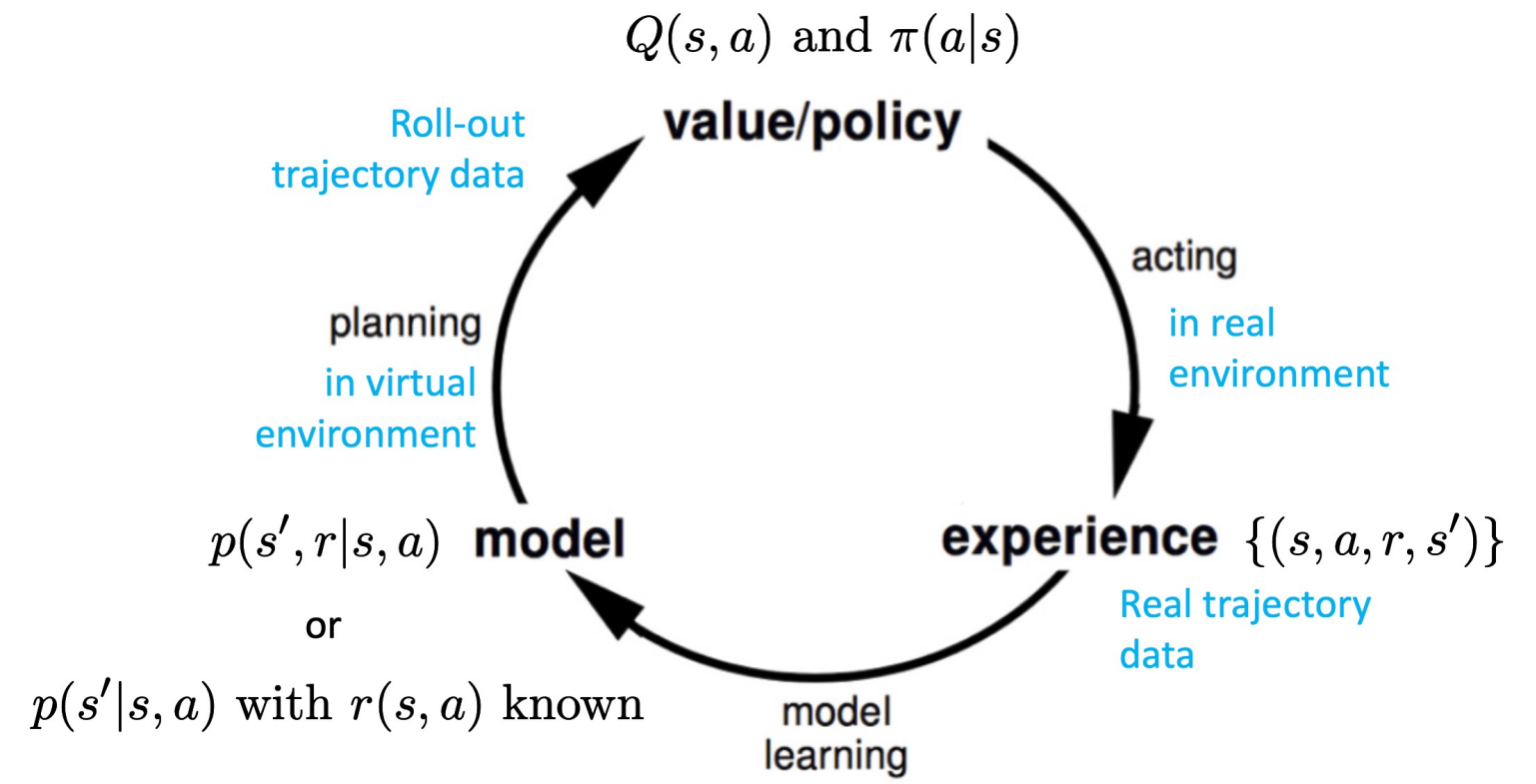
让强化学习算法易于落地



强化学习决策大模型
- 探索以大的序列建模方式来完成序贯决策任务

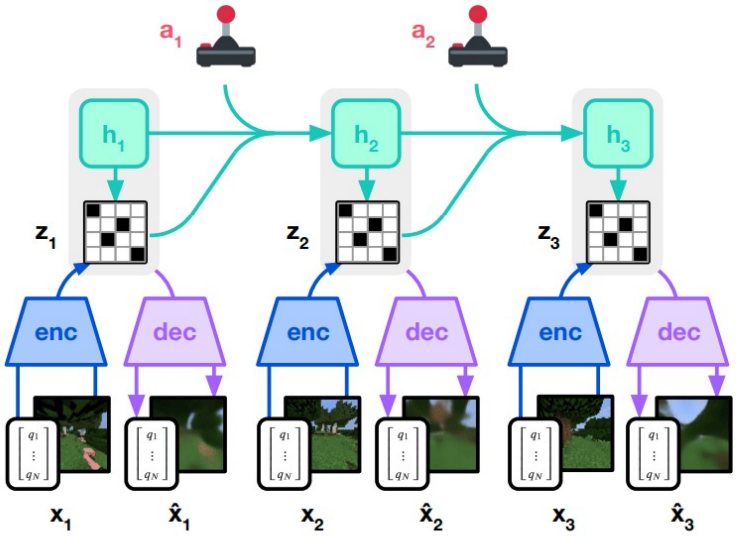
一项革新技术

基于模拟模型的强化学习(Model-based RL)

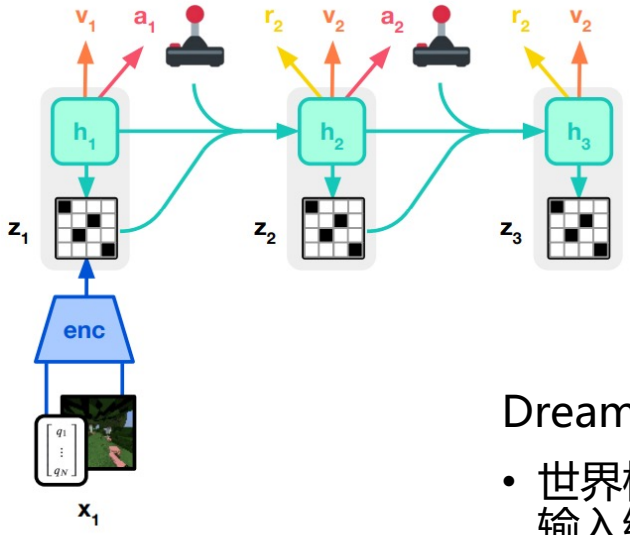


- 建立环境模拟器，在模拟器中训练强化学习策略，减少对真实环境的影响，也可以生成更多特定场景数据

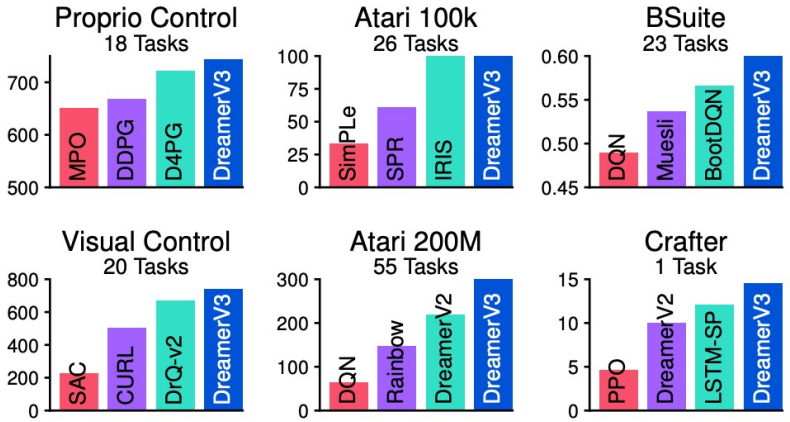
基于模拟模型的强化学习(Model-based RL)

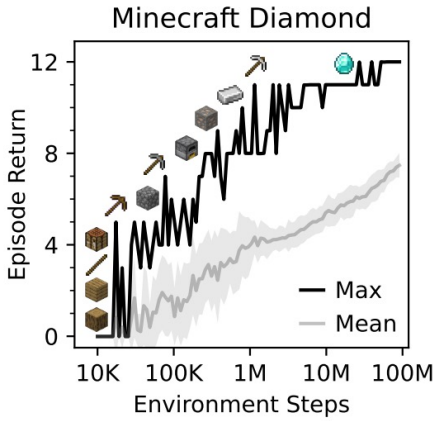


(a) World Model Learning



(b) Actor Critic Learning



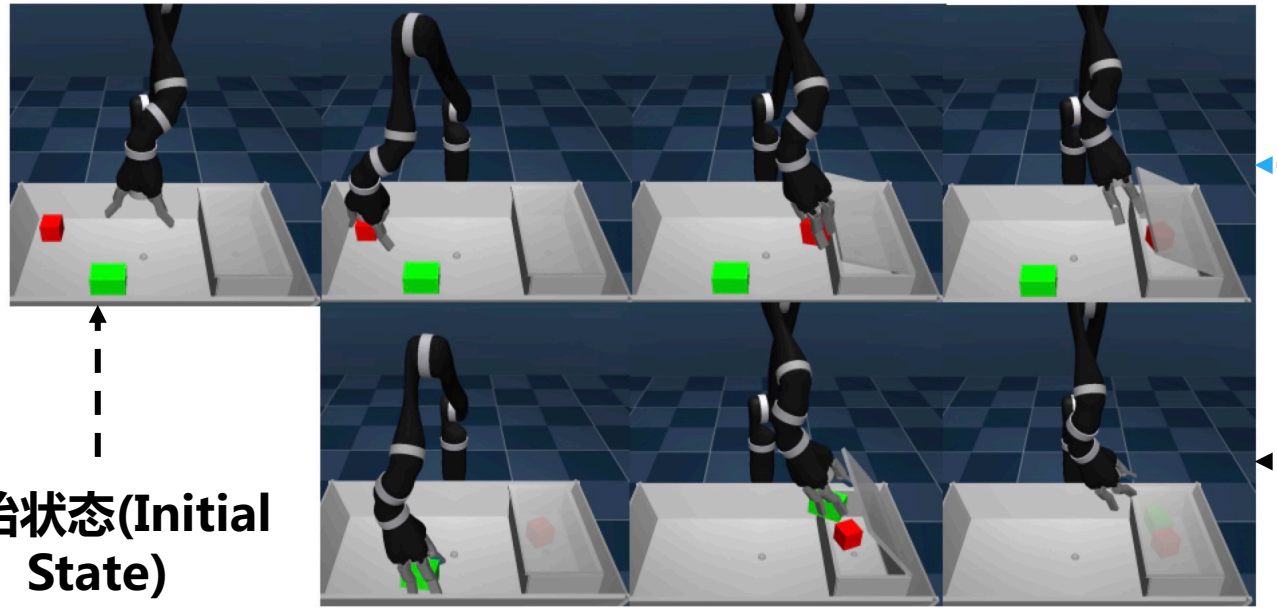


DreamerV3

- 世界模型将感知输入编码为离散表示z，该表示由具有循环状态h的序列模型在给定动作a的情况下进行预测。
- Actor和Critic从由世界模型预测的抽象表示的轨迹中进行学习。

Hafner et al. Mastering Diverse Domains through World Models. 2023.

目标策动的强化学习(Goal-oriented RL)



中间状态
(Sub-Goal State)

初始状态(Initial State)

目标状态
(Goal State)

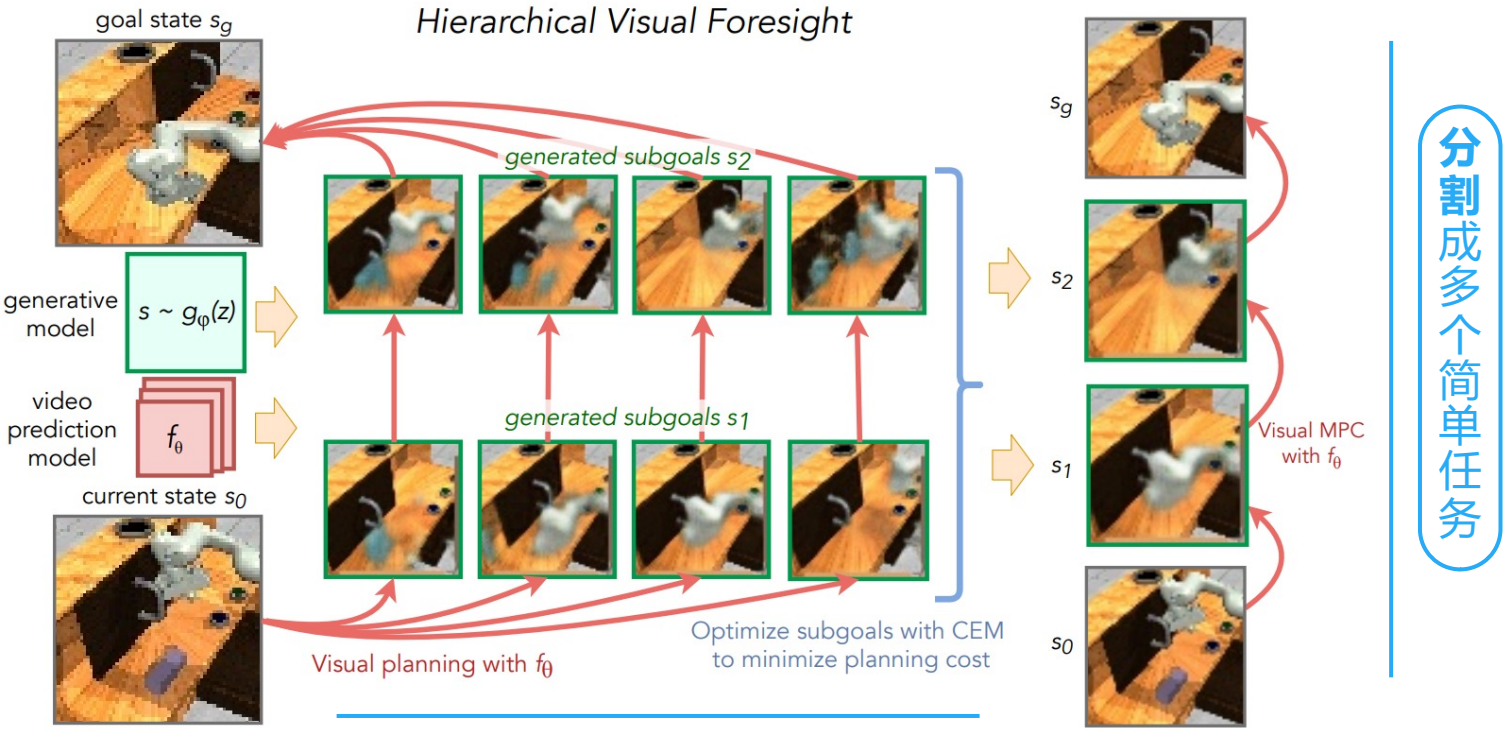
长期限任务挑战 (Long-Horizon)

- 累计建模误差(**Compounding** Model Error).
- 稀疏反馈(**Sparse** Cost).

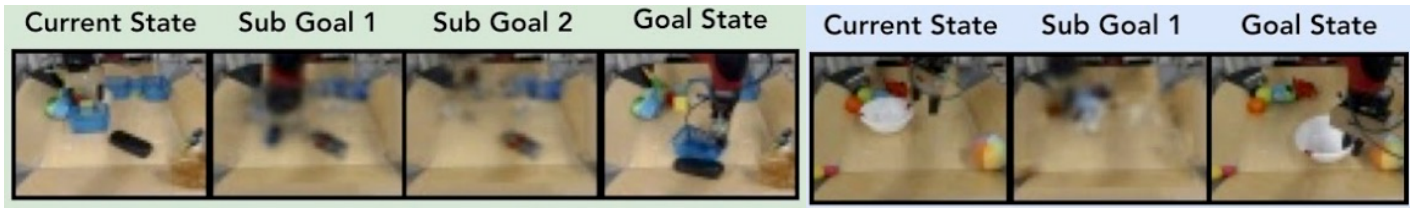
生成中间状态，将长期限任务**分割**成多个简单的短期限任务

目标策动的强化学习(Goal-oriented RL)

模拟器场景



实际机器人场景



Suraj Nair, Chelsea Finn. Hierarchical Foresight: Self-Supervised Learning of Long-Horizon Tasks via Visual Subgoal Generation. *ICLR*, 2020.

模仿学习(Imitation Learning)

Computer Games

reward

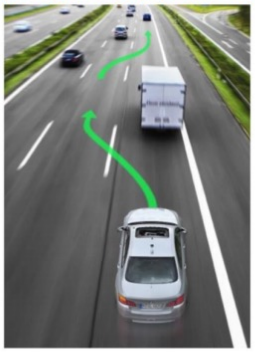
Mnih et al. '15

Real World Scenarios

robotics

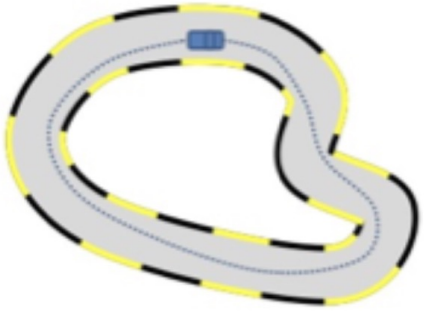
dialog

autonomous driving

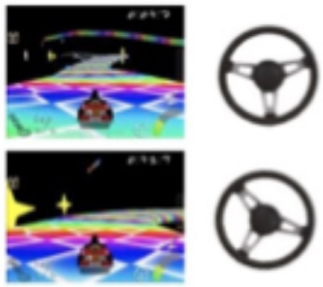


what is the reward?
often use a proxy

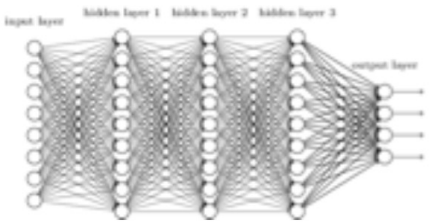
Expert Demonstrations



(*s, a*) pairs



Imitation Learning



Agent Experience

(*s, a, r, s', a'*) tuples

Reinforcement Learning

模仿学习(Imitation Learning)

Waymo has made simulation one of the pillars of its autonomous vehicle development program. But **Latent Logic** could help Waymo make its simulation more realistic by using a form of machine learning called imitation learning.

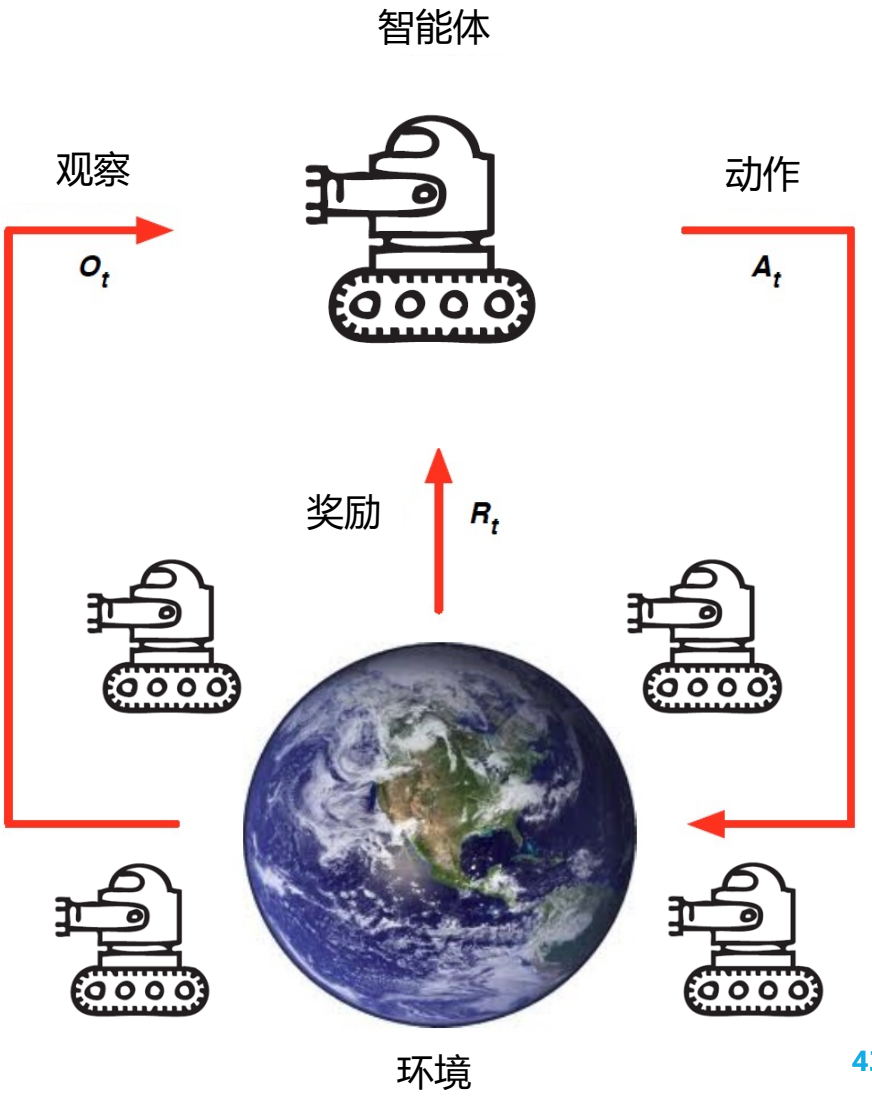
Imitation learning models human behavior of motorists, cyclists and pedestrians. The idea is that by modeling the mistakes and imperfect driving of humans, the simulation will become more realistic and theoretically improve Waymo's behavior prediction and planning.

https://techcrunch.com/2019/12/12/waymo-buys-latent-logic-drives-deeper-into-simulation-and-europe/

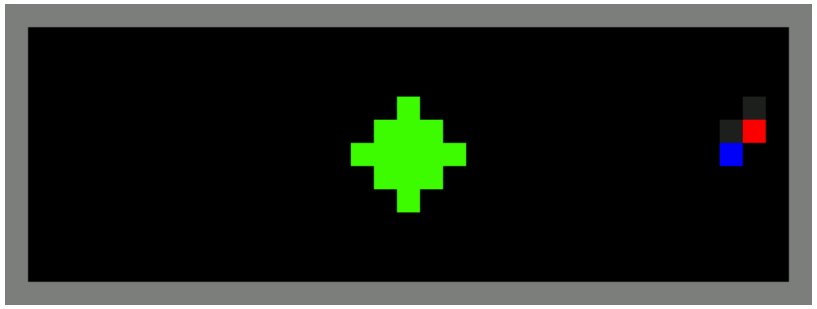
多智能体强化学习(Multi-agent RL)

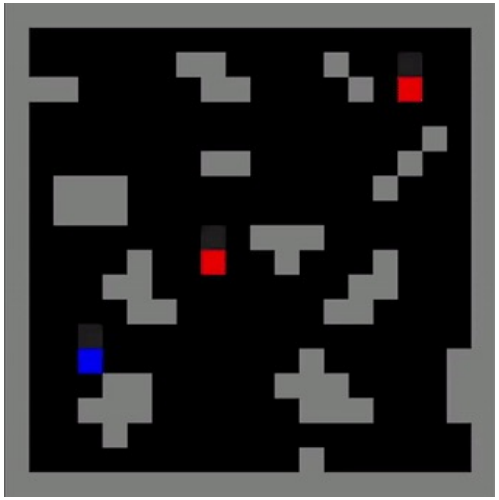
在与环境的交互过程中学习

- 环境包含有不断进行学习和更新的其他智能体
- 在任何一个智能体的视角下，环境是非稳态的（non-stationary）
  - 环境迁移的分布会发生改变

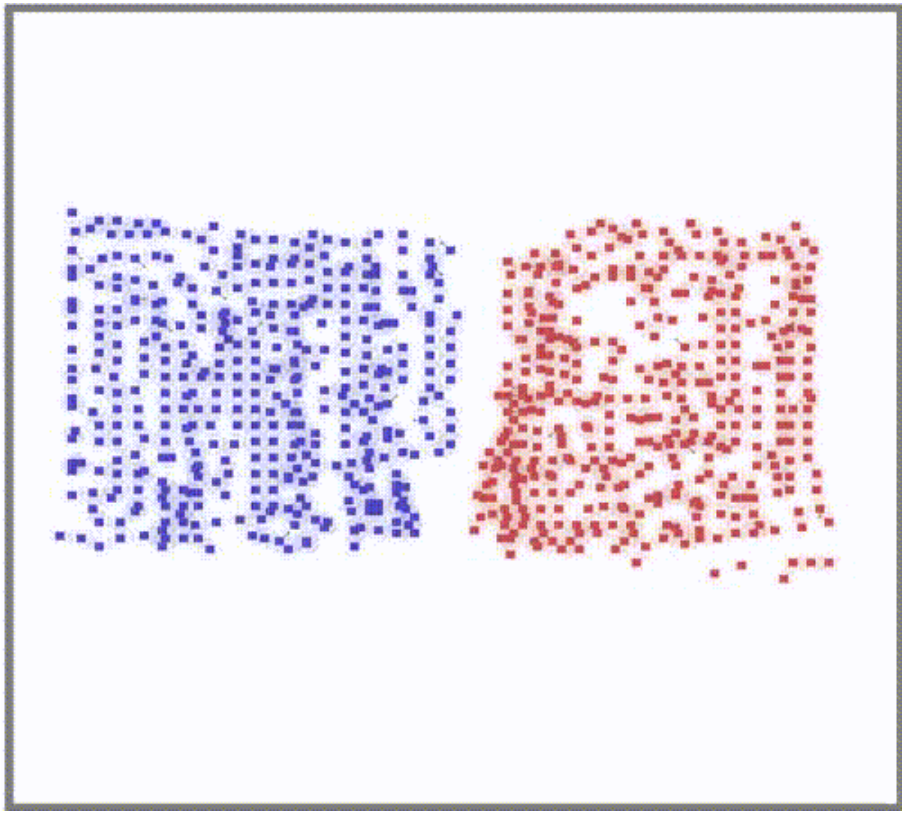


多智能体强化学习(Multi-agent RL)





双智能体对抗与合作

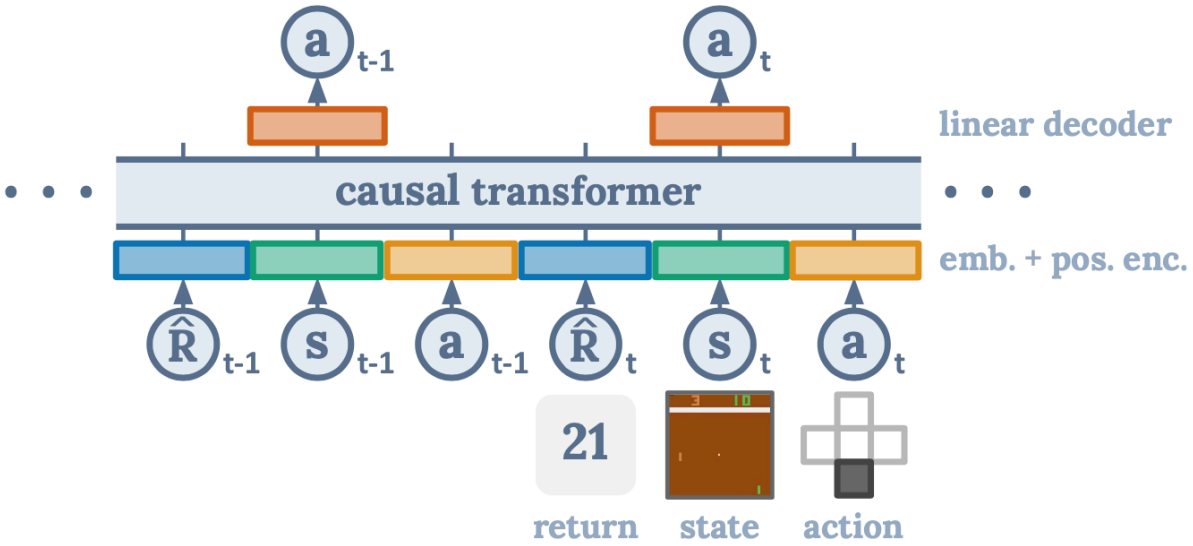


大规模智能体战斗模拟

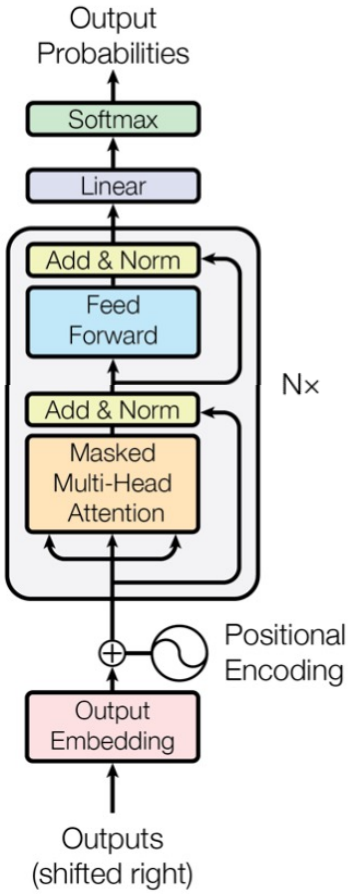
Leibo, Joel Z., et al. Multi-agent Reinforcement Learning in Sequential Social Dilemmas. AAMAS 2017.
Lianmin Zheng, et al. Magent: a many-agent reinforcement learning platform for artificial collective intelligence. NIPS17 & AAAI18.

强化学习大模型(Big Models for RL)

- 把强化学习建模成一个序列预测问题
- 使用Transformer类的大模型来做动作解码



Decision Transformer



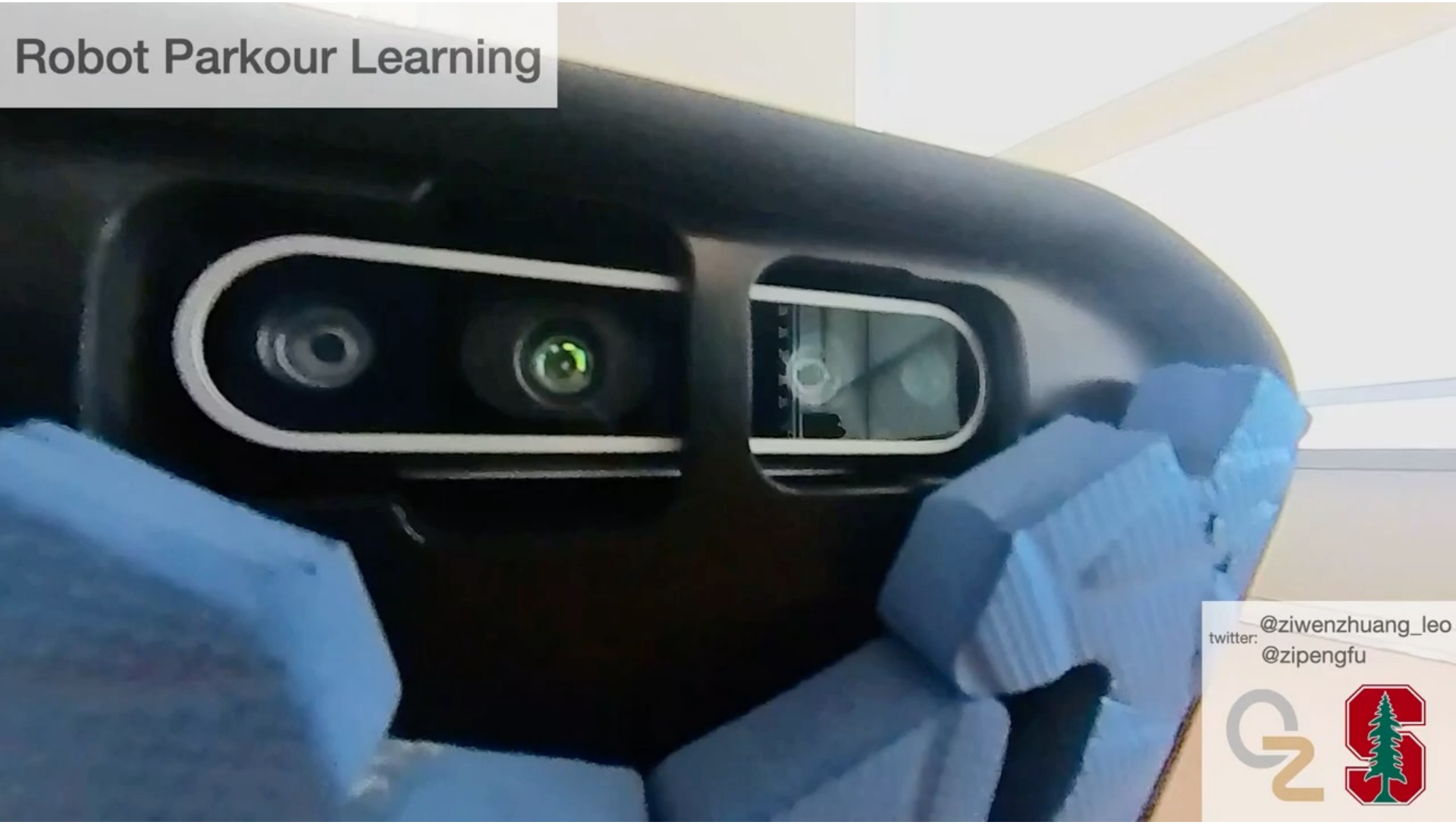
Transformer解码器

Chen, Lili, et al. "Decision transformer: Reinforcement learning via sequence modeling." NeurIPS 2021.

强化学习的落地场景

- 无人驾驶
- 游戏AI
- 交通灯调度
- 网约车派单
- 组合优化
- 推荐搜索系统
- 数据中心节能优化
- 对话系统
- 机器人控制
- 路由选路
- 工业互联网场景
- …

强化学习应用案例 - 控制机器狗跑酷

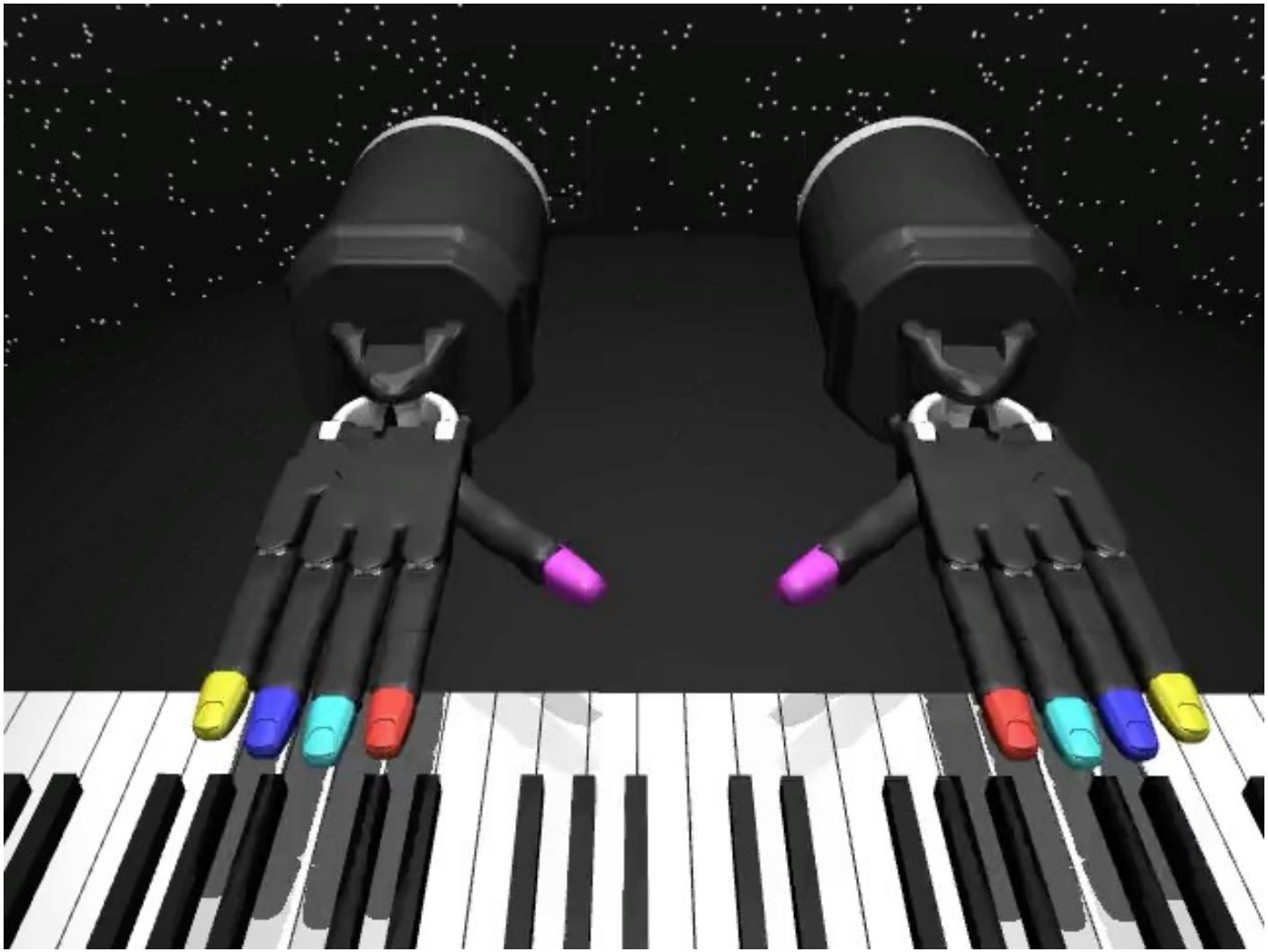


Ziwen Zhuang, Zipeng Fu et al. Robot Parkour Learning. CoRL 2023.

强化学习应用案例 - 控制机器狗跑酷

宇树科技demo

强化学习应用案例 - 控制灵巧手弹钢琴

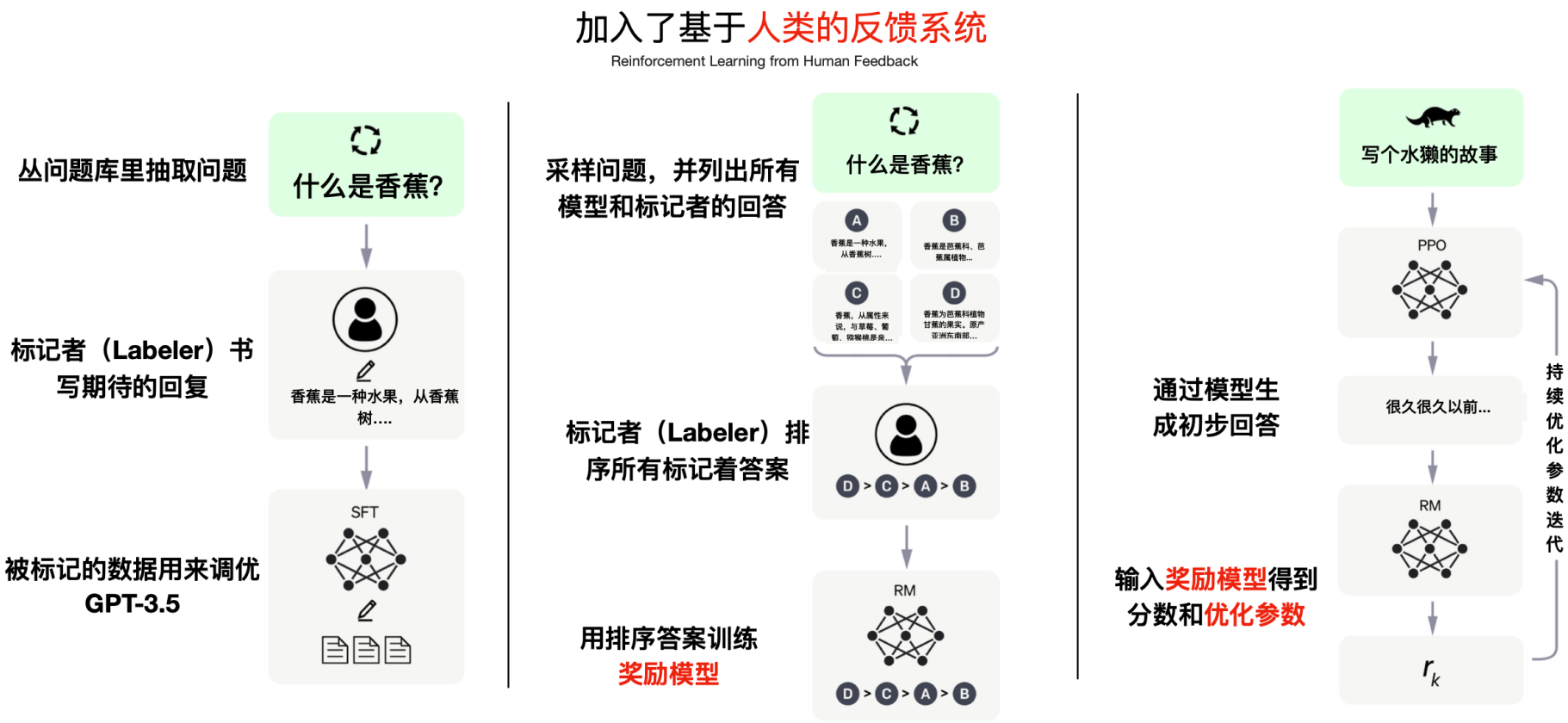


CoRL 2023: RoboPianist: Dexterous Piano Playing with Deep Reinforcement Learning

强化学习应用案例 – 基于模仿学习的移动操作

Mobile ALOHA: Learning Bimanual Mobile Manipulation with Low-Cost Whole-Body Teleoperation
https://mobile-aloha.github.io/

强化学习的在ChatGPT中的使用



Ouyang et al. Training language models to follow instructions with human feedback. 2022.
https://openai.com/research/instruction-following

总结强化学习技术发展与落地挑战

强化学习做什么

- 序贯决策任务
- 让AI做完一切事情，而不仅仅是一个辅助的角色

强化学习的技术发展

- 2013年12月的NIPS workshop论文开启了深度强化学习时代
- 目前深度强化学习方法已经可以解决部分序列决策任务，但距离真正普及还有很长的路要走；在大模型时代强化学习大有可为。

强化学习的落地挑战

- 决策权力交给AI，人对AI有更高的要求
- 强化学习技术人才短缺，决策场景千变万化，并不统一
- 当前强化学习算法对数据和算力的需求极大

2024年上海交通大学ACM班强化学习课程大纲

强化学习基础部分

（中文课件）

1. 强化学习、探索与利用
2. MDP和动态规划
3. 值函数估计
4. 无模型控制方法
5. 参数化的值函数和策略
6. 规划与学习
7. 深度强化学习价值方法
8. 深度强化学习策略方法

强化学习前沿部分

（英文课件）

9. 基于模型的深度强化学习
10. 离线强化学习
11. 模仿学习
12. 多智能体强化学习基础
13. 多智能体强化学习前沿
14. 基于扩散模型的强化学习
15. AI Agent与决策大模型
16. 技术交流与回顾

探索与利用

讲师：张伟楠 – 上海交通大学

目录

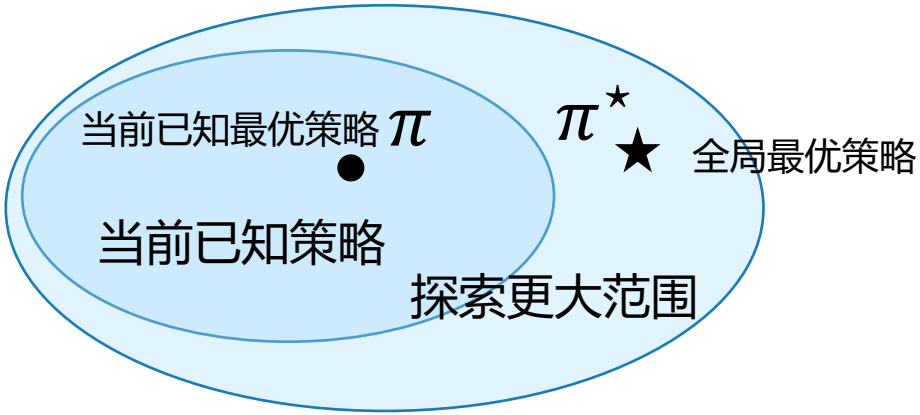
Contents


01
探索与利用

序列决策任务中的一个基本问题

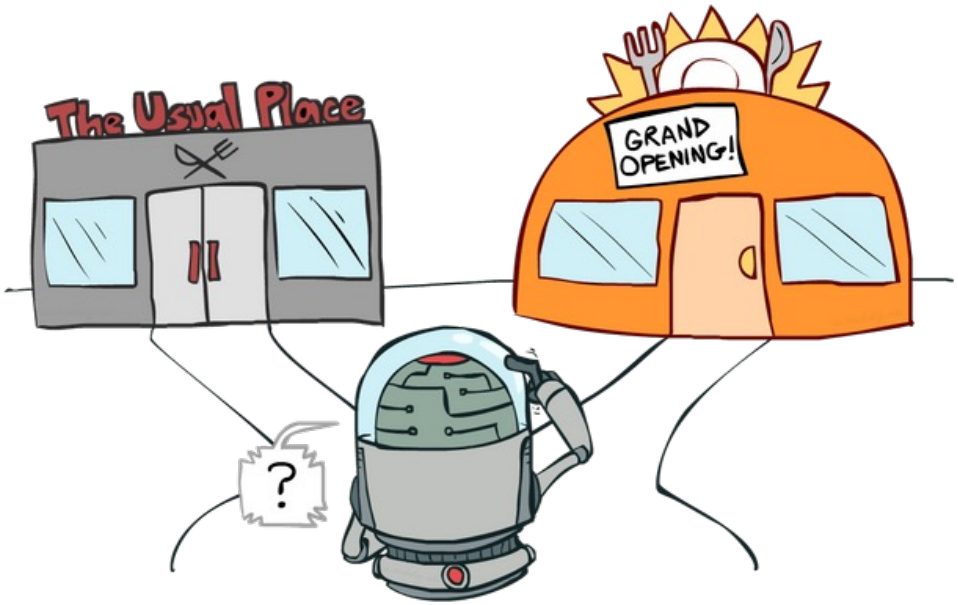
- 基于目前策略获取已知最优收益还是尝试不同的决策
  - **Exploitation** 执行能够获得已知最优收益的决策
  - **Exploration** 尝试更多可能的决策，不一定会是最优收益

当前最优策略 $\pi \neq \pi^{\star}$ 全局最优策略



探索：可能发现更好的策略

一个例子


The Usual Place
GRAND OPENING!
?


10:20
搜索
美食
吃炸串
地方菜系
全球美食
轻食简餐
甜品饮
综合排序
距离
销量
筛选
守护联盟
津贴优惠
满减优惠
品质联盟
守护联盟
和番丼饭(东川路店)
4.8 月售5143
起送¥15 远距离配送¥5 ¥8
42分钟 4.7km
"不错哦,好侍咖喱虾排饭很赞"
20减16 49减22 津贴1元 78减28 120减35
守护联盟
槿巷多料拌饭(闵行旗舰店)
4.6 月售1644
起送¥15 远距离配送¥3.5 ¥7.8
39分钟 4.0km
"第二次吃了,很香的豆腐" 闵行区韩国料理实惠第1名
28减15 45减20 津贴1元 65减25 90减32
蜜哆哆韩式炸鸡(颛桥店)
预订中 10:30配送
4.8 月售1145
起送¥15 远距离配送¥8
41分钟 5.0km
"点的无骨香酥鸡,整体很满意" 元气好店
28减12 48减24 78减33 118减40 6元会员红包
守护联盟
飯豊町·和風精致便当(东川路店)
4.9 月售3842
起送¥20 远距离配送¥3 ¥8.3
46分钟 4.7km
已检测体温 请放心食用
23减14 49减15 80减21 119减38 6元会员红包

策略探索的一些原则

- 朴素方法（Naïve Exploration）
  - 添加策略噪声 ϵ-greedy
- 积极初始化（Optimistic Initialization）
- 基于不确定性的度量 （Uncertainty Measurement）
  - 尝试具有不确定收益的策略，可能带来更高的收益
- 概率匹配（Probability Matching）
  - 基于概率选择最佳策略
- 状态搜索（State Searching）
  - 探索后续状态可能带来更高收益的策略

02
多臂老虎机

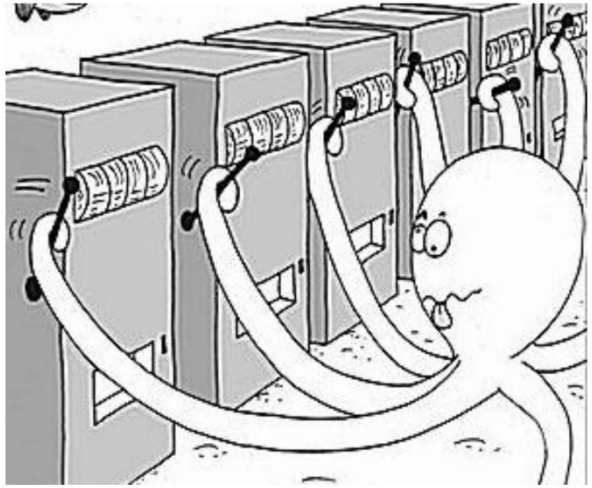
多臂老虎机

- 多臂老虎机（multi-armed bandit）问题的形式化描述

动作集合：$a^i \in \mathcal{A}, i = 1, \ldots, K$

$\langle \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$

收益（反馈）函数分布：$\mathcal{R}(r \mid a^i) = \mathbb{P}(r \mid a^i)$



- 最大化累积时间的收益：$\max \sum_{t=1}^{T} r_t, r_t \sim \mathcal{R}(\cdot \mid a_t)$

问题 不确定的反馈函数，如何估计？

收益估计

- 期望收益和采样次数的关系

$$Q_n(a^i) = \frac{r_1 + r_2 + \cdots + r_{n-1}}{n-1}$$

- 缺点：每次更新的空间复杂度是 $O(n)$

增量实现

误差项：Δ_n^i

$$Q_{n+1}(a^i) \coloneqq \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i = \frac{1}{n}\left(r_n + \frac{n-1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} r_i\right) = \frac{1}{n}r_n + \frac{n-1}{n}Q_n = Q_n(a^i) + \frac{1}{n}(r_n - Q_n)$$

空间复杂度为 $O(1)$

算法：多臂老虎机

I. 初始化：$Q(a^i) \coloneqq c^i, N(a^i) = 0, i = 1, \dots, n$

II. 主循环 $t = 1:T$

1. 利用策略 π 选取某个动作 a
2. 获取收益：$r_t = Bandit(a)$
3. 更新计数器：$N(a) \coloneqq N(a) + 1$
4. 更新估值：$Q(a) \coloneqq Q(a) + \frac{1}{N(a)}[r_t - Q(a)]$

权衡探索与利用

应当选取什么样的策略 π ？

Regret函数

- 决策的期望收益：$Q(a^i) = \mathbb{E}_{r\sim\mathbb{P}(r|a^i)}[r]$
- 最优收益：$Q^\star = \max\limits_{a^i\in\mathcal{A}} Q(a^i)$

Regret

- 决策与最优决策的收益差：$R(a^i) = Q^\star - Q(a^i)$
- Total Regret 函数：$\sigma_R = \mathbb{E}_{a\sim\pi}\left[\sum_{t=1}^{T} R(a_t^i)\right]$

等价性

- $\min \sigma_R = \max \mathbb{E}_{a\sim\pi}\left[\sum_{t=1}^{T} Q(a_t^i)\right]$

随着时间推移，单步regret越来越小
那么探索一直都是必须的吗？

Regret函数

- 如果一直探索新决策：$\sigma_R \propto T \cdot R$，total regret 将线性递增，无法收敛
- 如果一直不探索新决策：$\sigma_R \propto T \cdot R$，total regret 仍将线性递增

是否存在一个方法具有次线性（sublinear）收敛保证的 regret？

下界（Lai & Robbins）

- 使用 $\Delta_a = Q^\star - Q(a)$ 和反馈函数分布相似性：$D_{KL}\big(\mathcal{R}(r \mid a) \parallel \mathcal{R}^\star(r \mid a)\big)$ 描述

$$\lim_{T\to\infty} \sigma_R \geq \log T \sum_{a|\Delta_a>0} \frac{\Delta_a}{D_{KL}\big(\mathcal{R}(r \mid a) \parallel \mathcal{R}^\star(r \mid a)\big)}$$

Lai, Tze Leung, and Herbert Robbins. "Asymptotically efficient adaptive allocation rules." *Advances in applied mathematics* 6.1 (1985): 4-22.

贪心策略和 ϵ-greedy 策略

贪心策略

$$Q(a^i) = \frac{1}{N(a^i)} \sum_{t=1}^{T} r_t \cdot 1(a_t = a^i)$$

$$a^\star = \arg\max_{a^i} Q(a^i)$$

$$\sigma_R \propto T \cdot [Q(a^i) - Q^\star]$$

线性增长的 Total regret

ϵ-greedy 策略

$$a_t = \begin{cases} \arg\max_a \hat{Q}(a) & \text{采样概率：} 1-\epsilon \\ U(0, |\mathcal{A}|) & \text{采样概率：} \epsilon \end{cases}$$

常量 ϵ 保证 total regret 满足

$$\sigma_R \geq \frac{\epsilon}{|\mathcal{A}|} \sum_{a \in \mathcal{A}} \Delta_a$$

Total regret 仍然是线性递增的，只是增长率比贪心策略小

衰减贪心策略

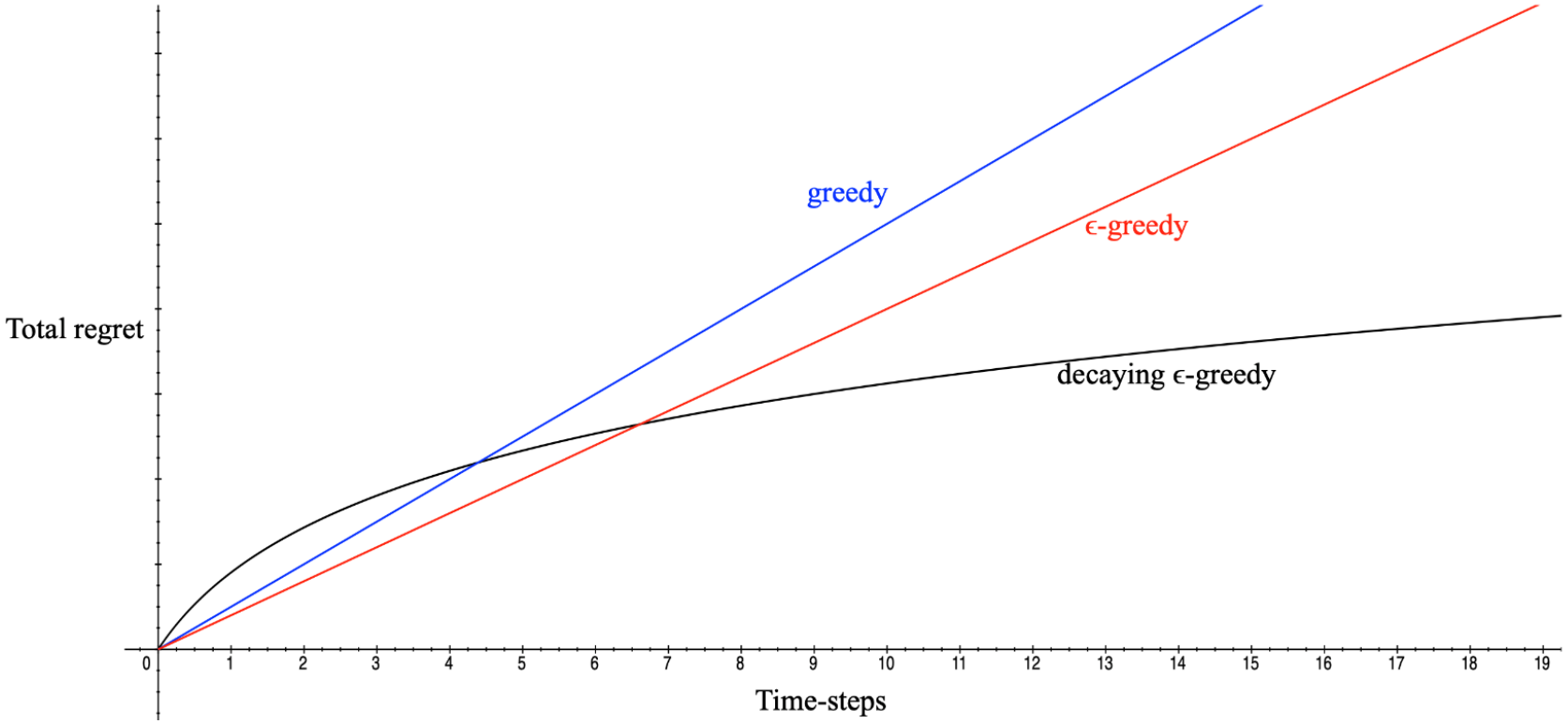
- ϵ-greedy 的变种，ϵ 随着时间衰减
- 理论上次线性的total regret
- 一种可能的衰减方式：

$$c \geq 0, \qquad d = \min_{a|\Delta_a>0} \Delta_a, \qquad \epsilon_t = \min\left\{1, \frac{c|\mathcal{A}|}{d^2 t}\right\}$$

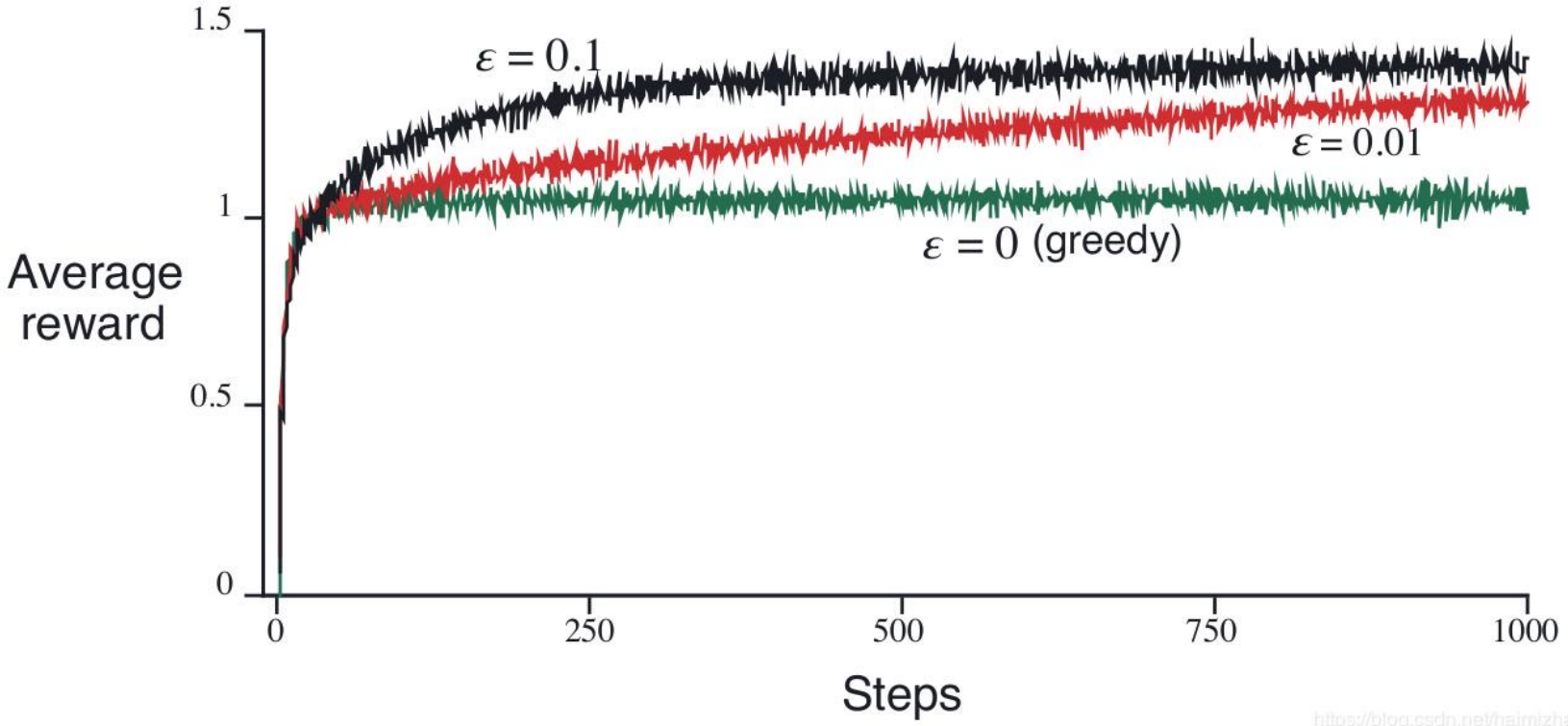
缺点

- 很难找到合适的衰减规划

不同 ϵ-greedy 策略对比：Total Regret



不同 ϵ-greedy 策略对比：平均收益

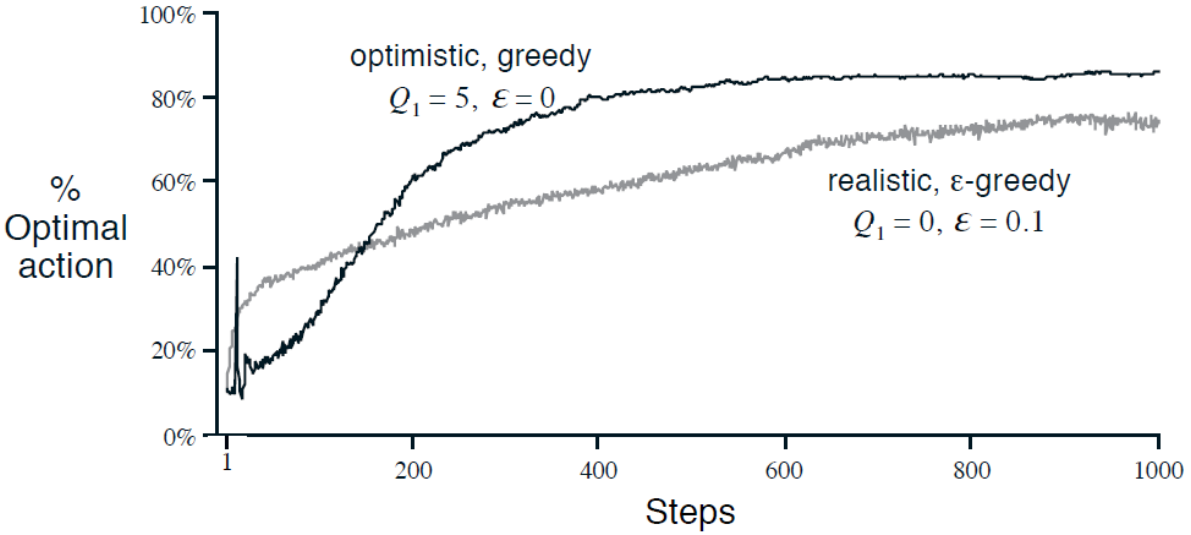


乐观初始化

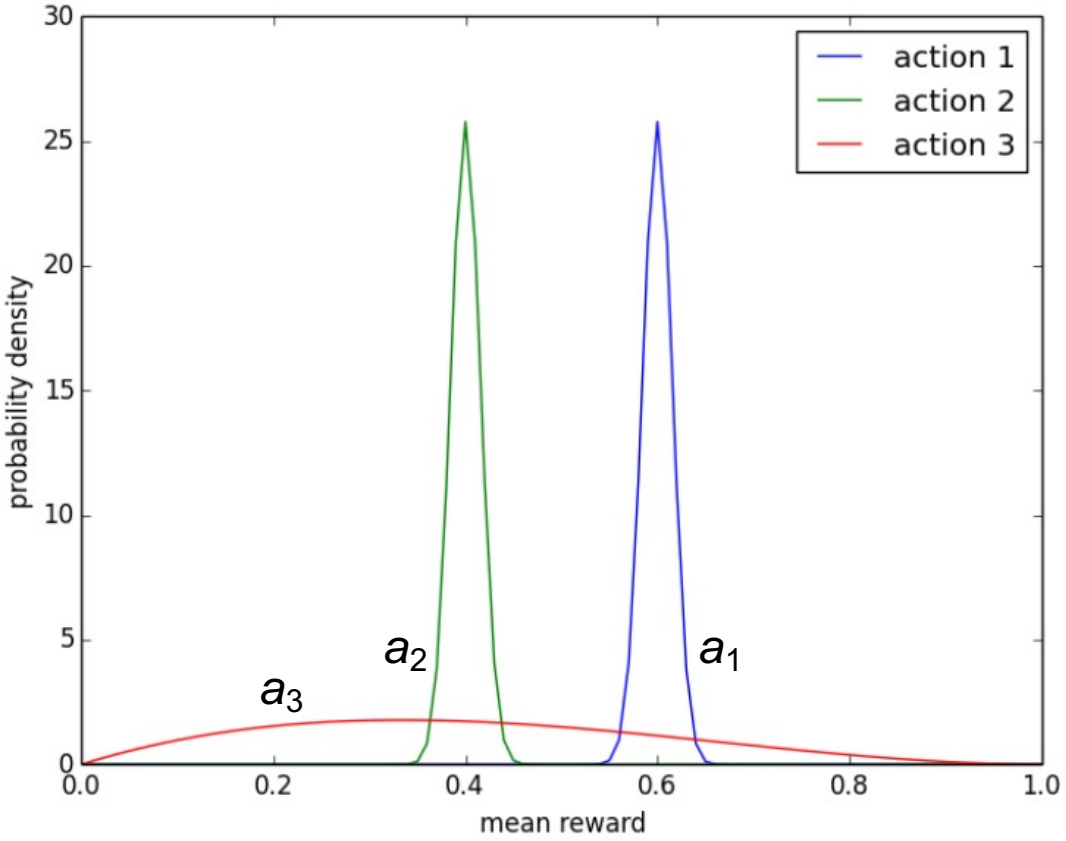
- 给 $Q(a^i)$ 一个较高的初始化值
- 增量式蒙特卡洛估计更新 $Q(a^i)$

$$Q(a^i) := Q(a^i) + \frac{1}{N(a^i)}\left(r_t - Q(a^i)\right)$$

- 有偏估计，但是随着采样增加，这个偏差带来的影响会越来越小
- 但是仍然可能陷入局部最优



显式地考虑动作的价值分布



- 考虑以上三个动作的价值分布，平衡探索和利用，选择哪个动作？
- 1. 显式地鼓励不确定性； 2. 直接根据分布采样来选择

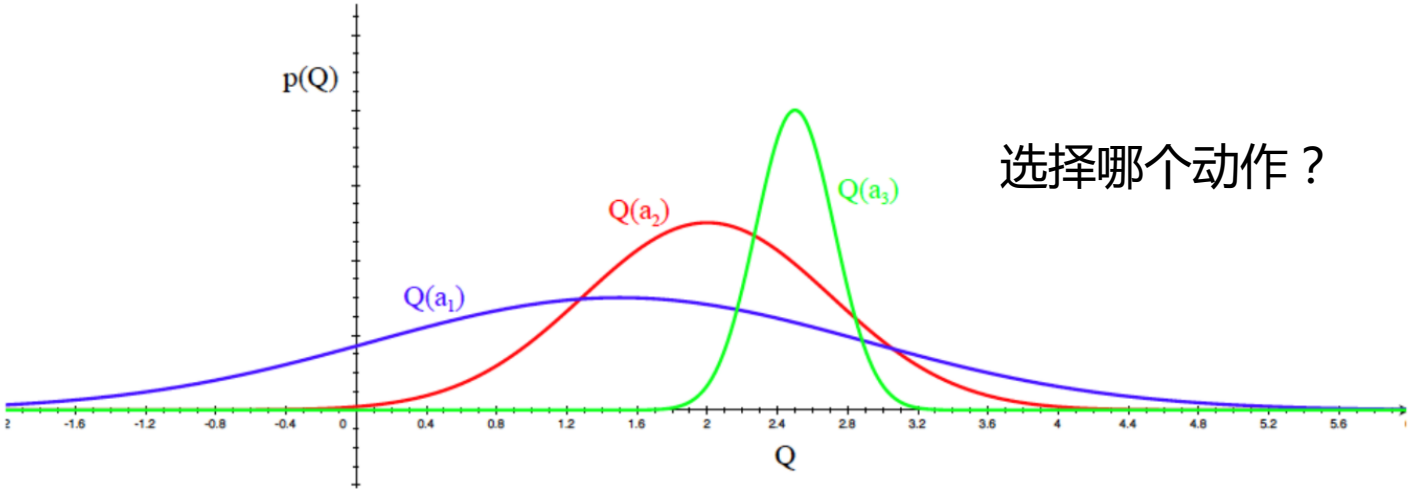
https://web.stanford.edu/~bvr/pubs/TS_Tutorial.pdf

基于不确定性测度

- 不确定性越大的 $Q(a^i)$，越具有探索的价值，有可能会是最好的策略
- 一个经验性指导：
  - $N(a)$ 大，$U(a)$ 小
  - $N(a)$ 小，$U(a)$ 大

策略 π：$a = \arg\max_{a \in \mathcal{A}} \hat{Q}(a) + \hat{U}(a)$

也称为 UCB：上置信界法（Upper Confidence Bounds）



UCB：上置信界

Hoeffding 不等式：$\mathbb{P}[\mathbb{E}[x] > \bar{x}_t + u] \leq e^{-2tu^2}$ for $x \in [0,1]$

- 为每个动作收益估值估计一个上置信界：$\hat{U}(a)$
- 显然有：$Q_t(a) \leq \hat{Q}_t(a) + \hat{U}_t(a)$以高概率$p$成立（Hoeffding不等式）
- 依据以下原则挑选进行决策：

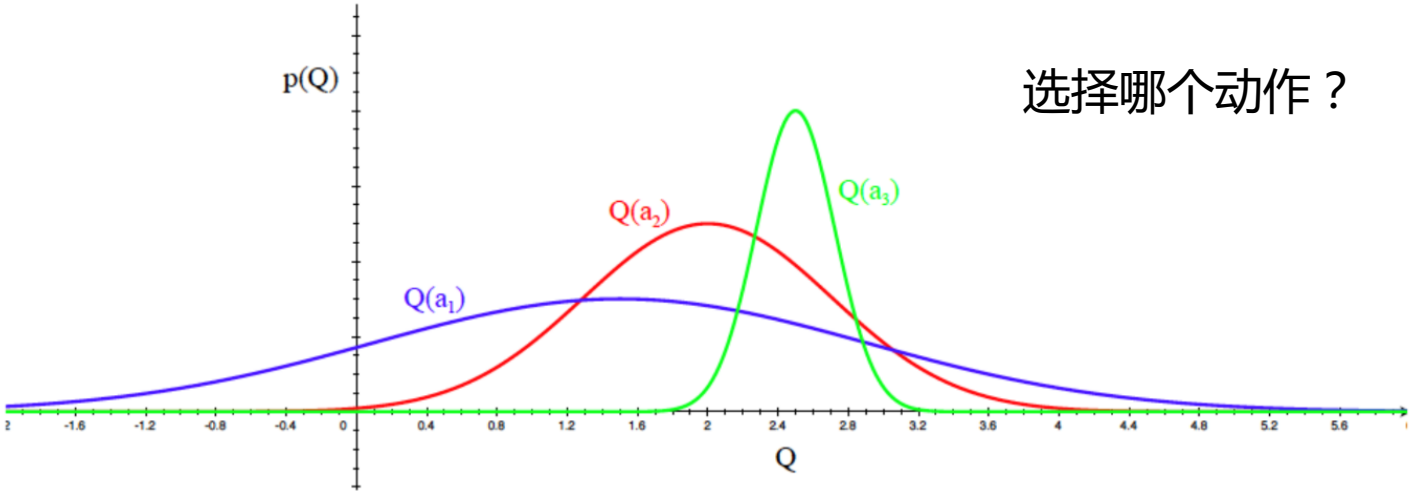
$$a = \arg\max_{a \in \mathcal{A}} \hat{Q}_t(a) + \hat{U}_t(a) \qquad e^{-2N_t(a)U_t(a)^2} = p \Rightarrow \hat{U}_t(a) = \sqrt{-\frac{\log p}{2N_t(a)}}$$

- 收敛性：

$$\lim_{t \to \infty} \sigma_R \leq 8 \log t \sum_{a|\Delta_a > 0} \Delta_a$$

Hoeffding, Wassily. "Probability inequalities for sums of bounded random variables." *The Collected Works of Wassily Hoeffding*. Springer, New York, NY, 1994. 409-426.

Thompson Sampling方法



选择哪个动作？

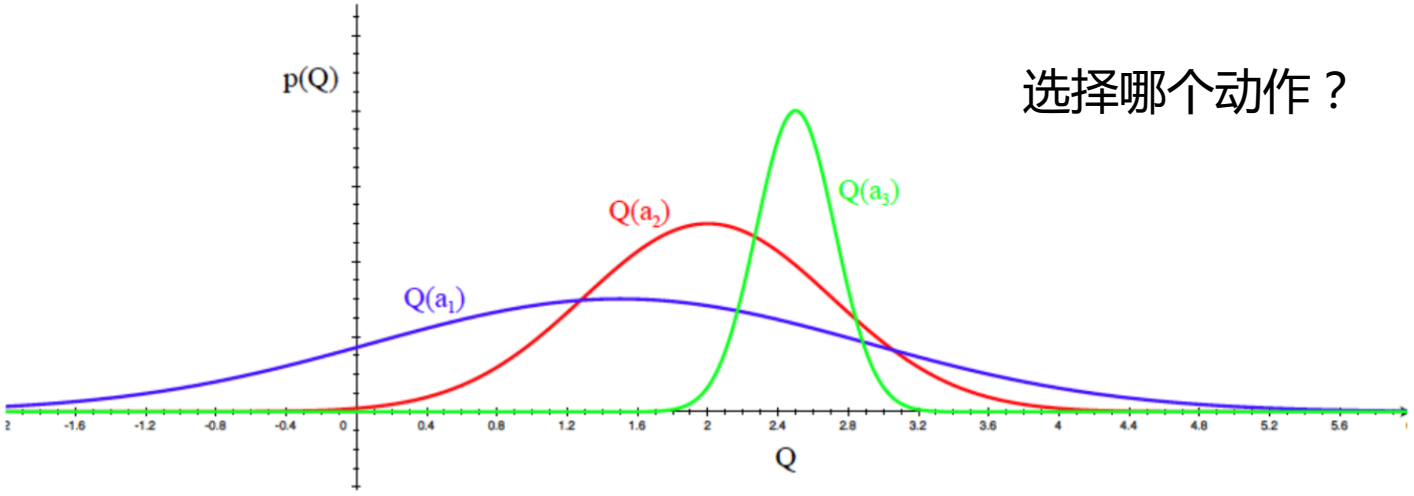
- 想法：根据每个动作成为最优的概率来选择动作

$$p(a) = \int \mathbb{I}\left[\mathbb{E}_{p(Q(a))}\left[Q(a;\theta)\right] = \max_{a' \in \mathcal{A}} \mathbb{E}_{p(Q(a'))}\left(Q(a';\theta)\right)\right] d\theta$$

- 实现：根据当前每个动作a的价值概率分布$p(Q(a))$来采样到其价值$Q(a)$，选择价值最大的动作

Chapelle, Olivier, and Lihong Li. "An empirical evaluation of thompson sampling." Advances in neural information processing systems 24 (2011): 2249-2257.

Thompson Sampling方法



选择哪个动作？

- 实现：根据当前每个动作a的价值概率分布$p(Q(a))$来采样到其价值$Q(a)$，选择价值最大的动作

Algorithm 1 Thompson sampling

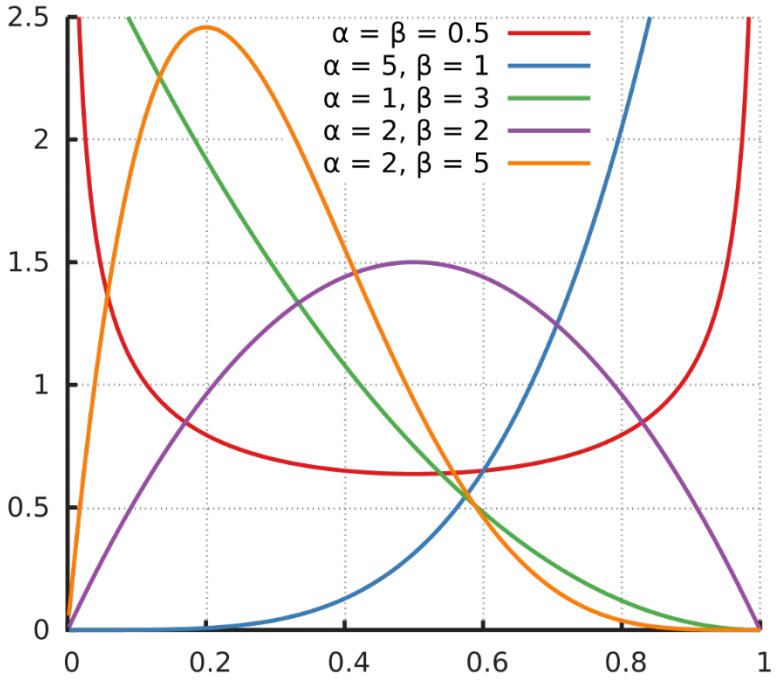
$D = \emptyset$
for $t = 1, \ldots, T$ **do**
  Receive context x_t
  Draw θ^t according to $P(\theta|D)$
  Select $a_t = \arg\max_a \mathbb{E}_r(r|x_t, a, \theta^t)$
  Observe reward r_t
  $D = D \cup (x_t, a_t, r_t)$
end for

Chapelle, Olivier, and Lihong Li. "An empirical evaluation of thompson sampling." *Advances in neural information processing systems*. 2011.

Thompson Sampling和UCB的实验对比

- 实验：K-arm多臂老虎机，用Beta分布建模每个arm的成功率，初始化成功率分布为Beta(1,1).

$$Beta(x;\alpha,\beta) \propto x^{\alpha-1}\ (1-x)^{\beta-1}$$



Algorithm 2 Thompson sampling for the Bernoulli bandit

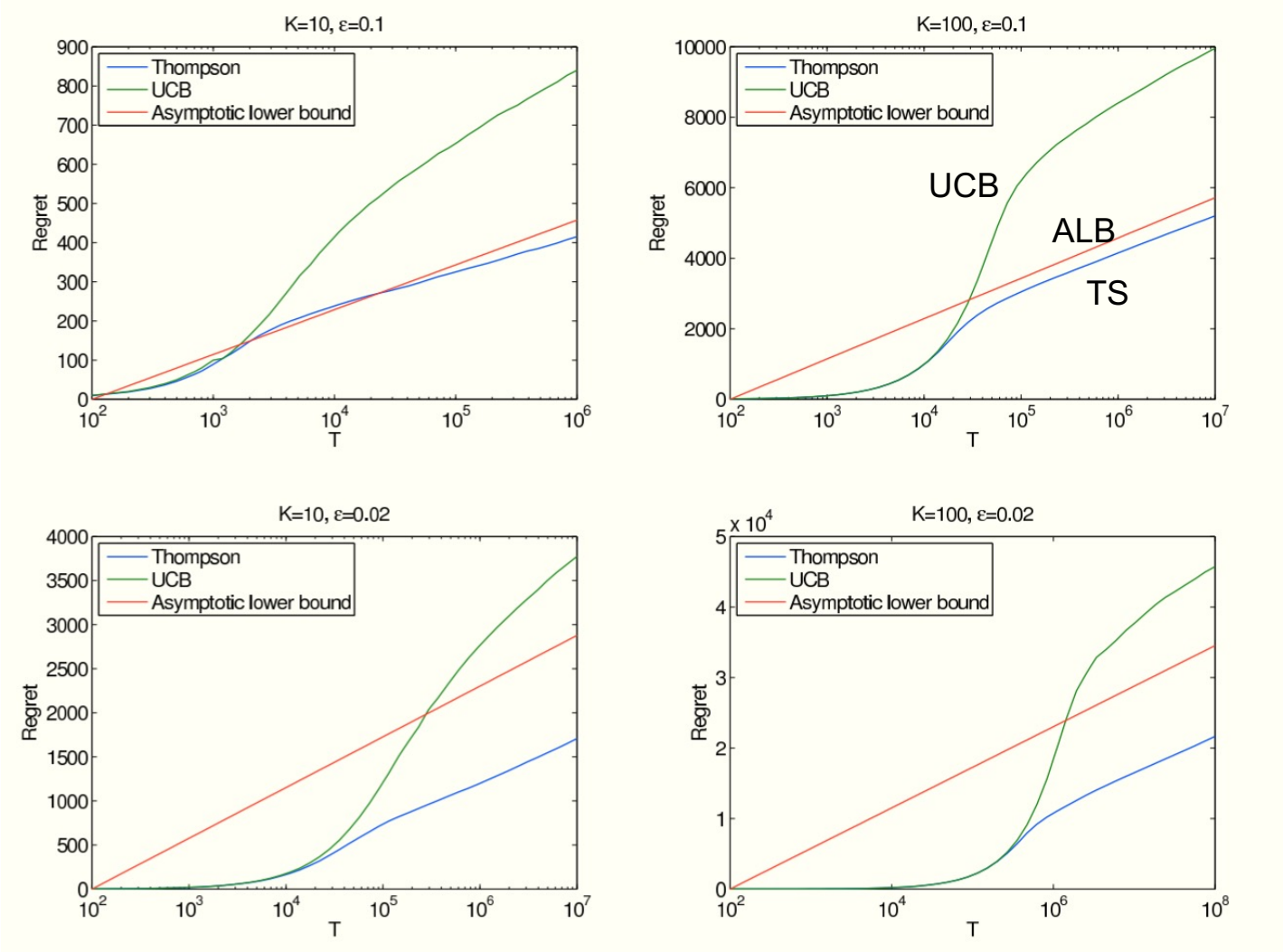
Require: α, β prior parameters of a Beta distribution
$S_i = 0, F_i = 0, \ \forall i$. {Success and failure counters}
for $t = 1, \ldots, T$ **do**
  for $i = 1, \ldots, K$ **do**
    Draw θ_i according to Beta$(S_i + \alpha, F_i + \beta)$.
  end for
  Draw arm $\hat{\imath} = \arg\max_i \theta_i$ and observe reward r
  if $r = 1$ **then**
    $S_{\hat{\imath}} = S_{\hat{\imath}} + 1$
  else
    $F_{\hat{\imath}} = F_{\hat{\imath}} + 1$
  end if
end for

Chapelle, Olivier, and Lihong Li. "An empirical evaluation of thompson sampling." *Advances in neural information processing systems*. 2011.

Beta distribution: https://towardsdatascience.com/beta-distribution-intuition-examples-and-derivation-cf00f4db57af

Thompson Sampling和UCB的实验对比

- K-arms
- The best arm has reward probability of 0.5
- K-1 other arms have the reward probability of 0.5-ε
- Asymptotic lower bound: (Lai & Robbins)



$$\lim_{T\to\infty} \sigma_R \geq \log T \sum_{a|\Delta_a>0} \frac{\Delta_a}{D_{KL}\left(\mathcal{R}(r \mid a) \parallel \mathcal{R}^{\star}(r \mid a)\right)}$$

Chapelle, Olivier, and Lihong Li. "An empirical evaluation of thompson sampling." *Advances in neural information processing systems*. 2011.

探索与利用总结

- 探索与利用是强化学习的trial-and-error中的必备技术
- 多臂老虎机可以被看成是无状态(state-less)强化学习
- 多臂老虎机是研究探索与利用技术理论的最佳环境
  - 理论的渐近最优regret为 $O(\log T)$
- ε-greedy、UCB和Thompson Sampling方法在多臂老虎机任务中十分常用，在强化学习的探索中用也十分常用，最常见的是ε-greedy

THANK YOU